

## 固定式基樁基線量測不確定度模式分析及建立之研究 —以黎明基線場為例

Study on Building and Analyzing the Model of Uncertainty of Measurement  
for Li-ming Calibration Site

邱明全<sup>1</sup>      曾耀賢<sup>2</sup>      林燕山<sup>3</sup>  
Ming-Chyu Chiou      Yao-Hsien Tseng      Yen-Shan Lin

### 摘 要

「工欲善其事，必先利其器」，測量儀器為執行測量業務主要之設備，若儀器本身存在有誤差，該項誤差便會傳播至觀測數據，影響測量成果甚鉅，因此測量儀器必需定期檢校，以確保測量成果品質。本中心自71年起開始使用電子測距儀於地籍測量相關業務，即建立基線場辦理測距儀器檢校作業，81年要求所屬測量隊於轄區內建置簡易基線場，85年將儀器檢校作業電腦化，94年採用PDA輔助檢校作業自動化，95年更於本中心辦公大樓前建立強制對心式固定基樁基線場，大幅提升本中心測距檢校的能力及能量。

全國認證基金會 (Taiwan Accreditation Foundation, TAF) 係國內辦理第三者認證服務之單一機構，並提供符合國際規範、社會經濟發展所需求之公正、客觀、獨立之認證服務，95年初黎明基線場設置後，在硬體上已可達成申請認證之條件。TAF目前係採ISO/IEC 17025為實驗室認證的規範，該規範第五章5.4.6節規定，實施校正或內校之實驗室應使用程序以估算實驗室之量測不確定度。本研究的主要目的即依據ISO/IEC 17025對量測不確定度的要求，評估本中心黎明基線場之量測不確定度。

關鍵詞：電子測距、基線場、量測不確定度

### ABSTRACT

“A smart craftsman always sharpens his tools before performing a masterpiece.” This is an old Chinese proverb. For surveyors, surveying instruments are the main equipment for the works of surveying. Any tiny error existed in surveying instrument might deduce serious finals through steps

<sup>1</sup>內政部國土測繪中心測量員

<sup>2</sup>內政部國土測繪中心課長

<sup>3</sup>內政部國土測繪中心主任

of error propagation both on observation and calculation. Regularly check and calibration is to ensure the quality of surveying results. Since 1982, the Land Survey Bureau (LSB) has set up calibration site for surveying instrument calibration when electronic measurement theodolites were first used on cadastral surveying. All subordinated surveying teams were demanded to set up their own calibration sites since 1992. Automation of calibration operation with the assistance of PDA was developed in 2005. 2006 sees the setup of stable (fixed) pillars calibration site (Li-ming Calibration Site) in front of the main office of LSB. This has greatly promoted the capacity of surveying instrument calibration.

The Taiwan Accreditation Foundation (TAF) is the unique domestic institute that handles the laboratory accreditation providing fair, objective and independent accreditation services. The built-up hardware of the Li-ming Calibration Site has attained the requirement of accreditation application. ISO/IEC 17025 is adopted by the TAF to accredit laboratory accreditation. The section 5.4.6 of the Chapter 5 states that the laboratory which want to calibration instrument must use standard procedures to estimate the uncertainty of measurement. The purpose of this study is to estimate the uncertainty of measurement of Li-ming Calibration Site according to the requisition of ISO/IEC 17025.

Keywords: electronic distance measurement, calibration site, uncertainty

## 第一章 緒論

光波測距經緯儀(電子測距經緯儀)目前已被廣範的應用於各項測量作業,以本中心業務範圍而言,應用業務包括導線測量、圖根測量及戶地測量..等。角度及距離為測量的兩項根本要素,所有的測量成果均是由這兩項要素經由數學演算推導出各項有用的資訊,而光波測距經緯儀即提供了快速獲取角度及距離觀測的基本工具。

除了「快速」的目的外,另一項測量相當注重的要求即為「準確」,因此儀器本身的穩定性即決定了測量成果的品質。然而光波測距經緯儀由於長期的搬運及使用,儀器本身是否維持著出廠時的規格(精度),則必須透過檢校來加以驗證。本中心自應用電子測距經緯儀於地籍測量以來,即要求所屬測量人員需定期辦理儀器檢校以確保成果品質,本中心辦理儀器檢校之歷程,如表 1-1 所示。

表 1-1 本中心儀器檢校歷程

年	內容	備註
71	設置光波測距儀檢校場 ( 地面樁式 )，辦理儀器驗收及檢校作業	
81	於各測量隊轄區內建置簡易基線場，定期辦理儀器檢校	
85	委託工業技術研究院量測技術發展中心開發「電子測距經緯校正分析軟體」，提升測距檢校及測角檢校資料處理能力及成果品質。	
91	本中心同仁利用 Microsoft Excel 工具軟體巨集功能，撰寫巨集指令，該檢校程式操作界面親善且容易使用。	
94	自行開發 PDA 輔助檢校作業程式，並於 95 年經測試正常後正式上線使用	
95	於本中心辦公大樓前安全島設置固定式基樁基線場，經函請土地管理機關 ( 台中市政府 ) 同意後，於 95 年 1 月建置完成，並於 95 年 10 月 11 日正式啟用，進一步擴充本中心測距儀器檢校之作業能力及能量	

全國認證基金會 ( Taiwan Accreditation Foundation, TAF ) 係國內辦理第三者認證服務之單一機構，並提供符合國際規範、社會經濟發展所需求之公正、客觀、獨立之認證服務，民國 95 年黎明基線場設置後，在硬體上已可達成申請認證之條件。為落實本中心儀器檢校作業之品質管理制度，並提供相關政府機關多元服務，推動儀器檢校實驗室認證實為本中心未來努力方向，本研究的主要目的即依據 ISO/IEC 17025 對量測不確定度的要求【1】，評估本中心黎明基線場之量測不確定度。

## 第二章 電子測距誤差來源分析

電子測距基本原理分為直接法及間接法【2】，直接法是利用精密計時元件測定電磁波 ( 光波 ) 在測線兩端點間往返傳播的時間  $T$ ，電磁波在大氣中的傳播速度為  $V$ ，則測線兩端的距離  $L$ ，如 ( 2-1 ) 式。間接法是量測電磁波在一直線兩端往返行進的整數週波數  $n$  及發射波及入射波的相位角差  $\theta$ ，計算測線兩端的距離  $L$ ，如 ( 2-2 ) 式， $\lambda$  為波長。

$$L = \frac{VT}{2} \quad (2-1)$$

$$L = \frac{1}{2}(n \times \lambda + p) \quad p = \frac{\theta \times \lambda}{2\pi} \quad (2-2)$$

電子測距依其採用的載波不同可分為光波( Lightwave )測距及微波( Microwave )測距。光波測距採用的載波為可見光或紅外線，而微波測距採用的載波為微波段的無線電波，微波測距主要應用於長距離的基線測量( 最大可達約 60km )，光波( 或稱光電，electro-optical )測距屬短距離的電子測距，亦是目前市面上電子測距經緯儀的主流，本文要探討的即為短距離光波測距經緯儀。

電子測距之誤差來源包括【3】：

- 1.自然誤差：即觀測時環境的氣溫、大氣壓力及濕度與電子測距儀製造時所設定的值不同造成的誤差，現今之電子測距儀均內建有大氣改正之功能，使用者只需先量測觀測當時的溫度及壓力，將值輸入儀器，並將儀器中自動修正之功能開啟，則儀器的測量值即是經大氣改正的值。
- 2.人為誤差：係指測量時人為儀器整置及操作不正確所造成誤差，包括測距儀器或反射鏡架設時對心不佳，觀測時目標瞄準不確實等均為人為誤差的來源。人為誤差可透過人員教育訓練，標準操作程序的訂定及要求等將誤差的影響降到最低。
- 3.儀器誤差：即電磁波的頻率偏移及儀器常數誤差，當電子測距儀及反射器經長時期的使用及搬運，均會產生此部分的誤差，包括
  - (1)頻率偏移：即測量時儀器發射頻率與出廠設定值不同所造成的誤差，一般亦稱為尺度誤差( 乘常數 )，如下式所列：

$$D = D' \times K = D' \times f / f' \quad (2-3)$$

D：正確之距離      D'：觀測之距離

f：設計之參考頻率      f'：實際發射頻率

K：尺度誤差

- (2)常數誤差：即電子測距儀測距中心與儀器之垂直軸不一致，反射稜鏡之反射中心與其垂直軸亦不一致所造成，合稱零點誤差，一般稱為加常數。

乘常數及加常數等儀器誤差，必需定期與已知的標準基線檢查及校正，來確保儀器的品質。

### 第三章 電子測距基線場建立

電子測距基線場建置的目的即在提供標準基線，以校正出待校正儀器是否有尺度誤差及常數誤差，驗證測距儀器的品質。本中心目前建置的基線場包括簡易電子測距基線場及固定式基樁電子測距基線場，分述如下：

#### 3.1 簡易電子測距基線場

本中心目前全省設置有 11 處簡易電子測距基線場，主要提供本中心各測量隊及工作站辦理測距儀器檢校。簡易基線場係以混凝土於地面下埋設基樁，並於基樁上設置不鏽鋼標，各簡易基線場之管理及維護係依本中心改制前「內政部土地測量局簡易電子測距基線場設置維護使用要點」規定辦理，且為符合全國認證基金會採用之評定規範 ISO/IEC 17025 第 5.6 節對儀器校正（或內校）有關量測追溯性的要求【1】，本中心儀器檢校之標準件每年均送至工研院量測中心代管國家度量衡標準實驗室國家標準基線場執行校正後，再至各簡易基線場測定標準距離，以完成儀具及基線場的一級追溯。

#### 3.2 固定式基樁基線場

固定式基樁基線場與簡易基線場主要不同在於固定式基樁基線場為高出地面的基樁設計，並於基樁上安置強制對心基座，具有下列特點：

- (1)儀器及稜鏡直接安置於基樁的基座上，減少儀器架設時的對心誤差，提高基線標準值測定的精度。
- (2)儀器架設時不需如地面基樁式操作腳架對心，作業速度快，效率高，且減少人為誤差的發生

本中心於 95 年建置之黎明基線場（位於黎明辦公大樓前安全島）即為固定式基樁基線場，該基線場自 95 年 1 月建置完成起每月即施測 1-2 次的基線測量，除求得各基樁間的標準距離及分析基線場的穩定性外，將依 ISO 17025 對量測不確定度的要求，經由實測數據，建立並分析黎明基線的量測不確定度，即為本研究的目的。

#### 3.3 基線測量

##### 3.3.1 標準件

依據 TAF 對量測追溯政策的要求【4】，實驗室應具備參考標準件以實現實驗室之最高度量衡品質標準。本中心將 93 年採購之精密電子測距經緯儀作為基線測量使用之標準件，另為精密修正自然環境對基線測量所造成的觀測誤差，本中心於 95 年購置溫度計及壓力計，以精密量測基線觀測當時的環境溫度及壓力並將數值

輸入儀器以修正觀測值，本中心相關標準件規格如表 3-1 所列。

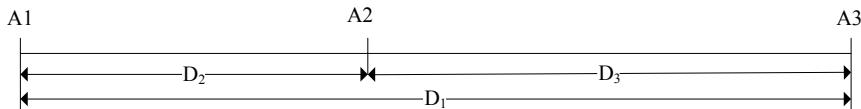
表 3-1 本中心各量測設備標準件

儀器名稱	廠牌	型號	精度	最小讀數
電子測距儀	Trimble	3601	測距 $(1 \pm 1 \times 10^{-6} * D)$ mm，測角 1''	測距 0.1 mm， 測角 0.1''
溫度計	Comark	N9001	$\pm 0.2^{\circ}C \pm \text{讀數} \times 0.1\%$	0.1 <sup>0</sup> C
壓力計	Meriam	A1500MH	$(\pm 0.5 \pm 0.25\% \times \text{讀數})$ mmHg	0.1mmHg

### 3.3.2 基線量測

#### 1. 測距加常數查核

為檢查儀器檢校後儀器常數是否有變動，降低儀器本身的誤差對基線測量的影響，提高基線測量之可靠度，基線測量前將依儀器原廠使用手冊的建議【5】，實施儀器的加常數查核。依儀器原廠的建議，儀器需定期使用下列簡易方法進行測距儀加常數查核。



A1、A2 及 A3 為一直線上之三個點，

- (1) 將儀器置於 A1，觀測稜鏡 A3，得距離  $D_1$ 。
- (2) 將儀器置於 A2，分別觀測稜鏡 A1 及 A3，得距離  $D_2$  及  $D_3$ 。

若儀器含有常數誤差 ( C )，可由下式計算而得

$$D_1 + C = (D_2 + C) + (D_3 + C)$$

$$C = D_1 - (D_2 + D_3) \quad (3-1)$$

本中心標準件自 93 年起，每年均送至工研院量測中心檢校，至 95 年止所得之加常數及乘常數如表 3-2 所示。

表 3-2 本中心標準件 ( Trimble 3601 ) 檢校值

送校日期	加常數 C(mm)	乘常數 S(ppm)	報告編號
93 年 5 月 14 日	0	0	B930312R
94 年 5 月 3 日	2.8	0	B940186
95 年 4 月 24 日	1.5	0	B950359

由表 3-2 可發現儀器的乘常數誤差較穩定，加常數誤差則可能由於儀器或稜鏡的經常性移動及使用而有所變化，因此在進行黎明基線場全組合基線測量時，為使

測量成果更具可靠性，將依前述簡易方法檢查加常數是否改變，於測量前先將儀器置於 0M 基樁處，觀測 95M 基樁處稜鏡 ( $D_1$ )，儀器再置於 59M 基樁處，觀測 0M 及 95M 基樁處稜鏡 ( $D_2$  及  $D_3$ )，利用 (3-1) 式計算儀器常數誤差 C 如表 3-3。由該表也可推知，2006 年 3 月及 4 月檢查出加常數有 -0.0016m 的改變量，此改變量與 2006 年 4 月送工研院檢校出之值由 0.0028m 變至 0.0015m，改變量 -0.0013m 約一致，因此當儀器加常數有明顯改變 (改變量已大於儀器精度) 時，簡易方法可檢核出。

### 3.3.3 全組合基線測量

全組合基線測量方式是把整個基線場任二樁之間的距離全部予以觀測，即是將儀器依序設置在 0 m、5 m、23 m、31 m、59 m、77 m、95 m、143 m 等處基樁，分別觀測設置在 5 m、23 m、31 m、59 m、77 m、95 m、143 m、266 m 等處反射稜鏡 (如圖 3-1 所示)，每段基線觀測正鏡 6 次，倒鏡 6 次，取 12 次觀測量平均值，全組合觀測之目的是為進行各基樁標準距離嚴密平差計算，以求本基線場各樁位間之標準距離。

表 3-3 儀器常數誤差檢核表 (單位 m)

日期	設定 C	0-95	59-0	59-95	檢核 C
2006/3/31	0.0028	95.0143	59.0126	36.0033	-0.0016
2006/4/18	0.0028	95.0146	59.0127	36.0035	-0.0016
2006/6/1	0.0015	95.0133	59.0109	36.0020	0.0004
2006/6/22	0.0015	95.0139	59.0121	36.0013	0.0005
2006/7/26	0.0015	95.0134	59.0119	36.0014	0.0001
2006/8/29	0.0015	95.0132	59.0117	36.0020	-0.0005
2006/9/14	0.0015	95.0129	59.0112	36.0019	-0.0002
設定 C：設定於儀器之常數。					
檢核 C：使用簡易方法檢查出加常的改變量。					

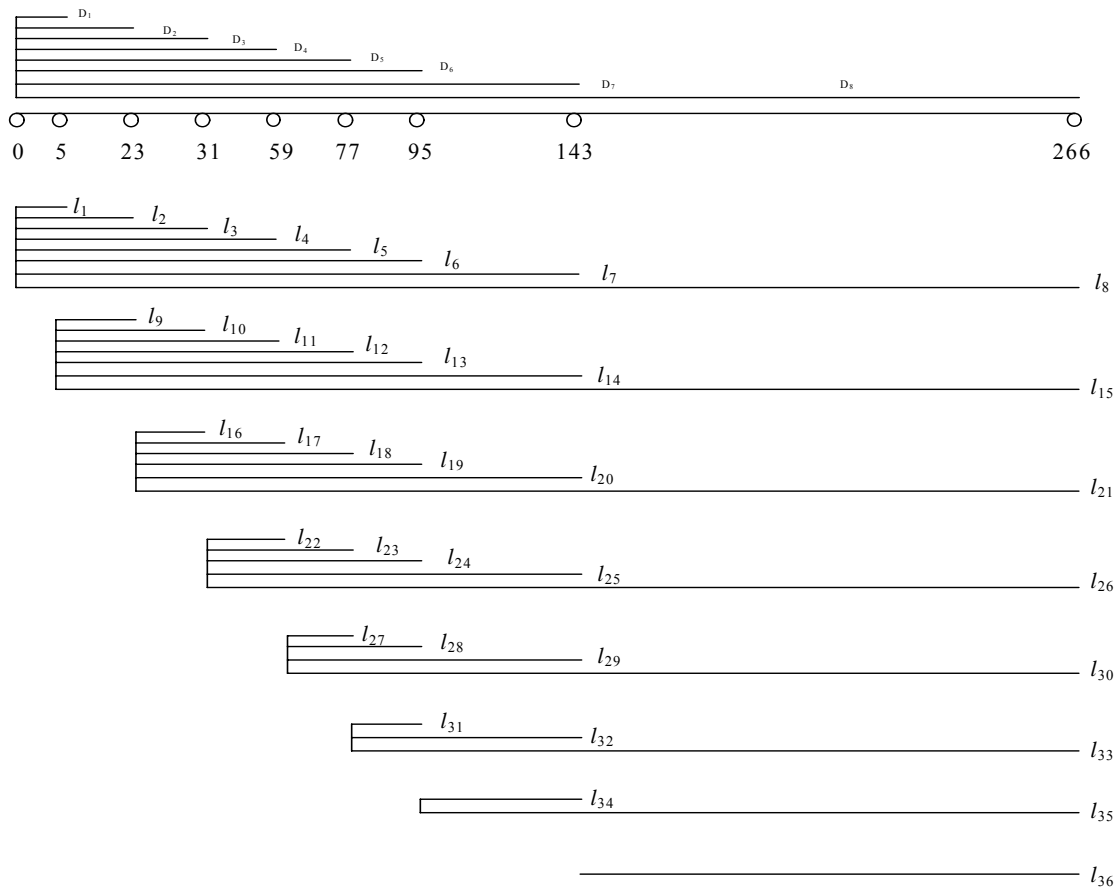


圖 3-1 全組合觀測示意圖

### 3.3.4 基線標準距離計算

#### 1. 平差模式建立

從 95 年 1 月至 95 年 11 月，黎明基線場共進行 8 次全組合觀測，基線測量觀測所得數據，將利用整體嚴密平差方程式，採用間接平差法進行最小二乘平差計算，求得最佳參考標準距離、乘常數及加常數。模式說明如下：

$$\text{觀測距離} = \text{標準距離} - \text{乘常數} * \text{標準距離} - \text{加常數}$$

幾何模式上，以 0M 基樁至其餘各樁之距離為未知數  $D_1$ 、 $D_2$ 、 $D_3$ 、 $D_4$ 、 $D_5$ 、 $D_6$ 、 $D_7$ 、 $D_8$ ，任兩樁間之標準距離均為  $D_1 - D_8$  未知數之線性組合，測距儀器之乘常數  $S$ 、加常數  $C$  亦可視為未知數（或附加參數）。

令各觀測值  $l_i$  及其剩餘差為  $v_i$



$$l_i + v_i = F_i - SF_i - C \quad (3-2)$$

由 3-2 式發現加入乘常數與加常數之附加參數平差後，使方程式成為非線性，又由表 3-3 可得知，93-95 年儀器送工研院檢校結果均無乘常數之變化，因此基線計算時擬視儀器無乘常數誤差 S，將上述觀測方程式 S 項忽略，則各方程式改列如下：

$$l_i + v_i = F_i - C \quad (3-3)$$

其中  $F_i$  為任一未知數  $D$  ( $i=1-8$ ) 或為兩未知數的差值  $D_j - D_i$  ( $j=2-8, i=1-7$ )

採間接平差，可得平差計算式如下：

$$V_{n \times 1} = A_{n \times u} X_{u \times 1} - L_{n \times 1} \quad (3-3)$$

$L_{n \times 1}$ ：觀測量矩陣，本基線場  $n=21$  (僅測至 95m 全組合， $7 \times 6 \div 2 = 21$ ) 或 36 (測至 266m 全組合， $9 \times 8 \div 2 = 36$ )。

$V_{n \times 1}$ ：剩餘差矩陣。

$A_{n \times u}$ ：係數矩陣， $x$  為未知數個數。

$X_{u \times 1}$ ：未知數矩陣。

經平差後可得  $X = N^{-1}U$

其中  $N = A^T P A$ ； $U = A^T P L$

$P$  為各觀測值的權矩陣，可由儀器規格計算而得

驗後變方  $\sigma_0^2 = \frac{V^T P V}{n-u}$

未知數中誤差  $\sigma_x^2 = \sigma_0^2 N^{-1}$

## 2. 成果計算

各未知數近似值取  $D_1=5$ 、 $D_2=23$ 、 $D_3=31$ 、 $D_4=59$ 、 $D_5=77$ 、 $D_6=95$ 、 $D_7=143$ 、 $D_8=266$ 、 $C = 0$ ，利用 (3-3) 式各階段全組合觀測值，平差所得結果如表 3-4、表 3-5。各未知數中誤差可由權單位中誤差 ( $\sigma_0$ ) 及平差後變方-協變方矩陣 ( $N^{-1}$ ) 求得 (即  $\sigma_x^2 = \sigma_0^2 N^{-1}$ )，計算如表 3-6。

表 3-4 平差成果

觀測日期	觀測中誤差(m)	備註
95/3/31	0.00047	
95/4/18	0.00033	
95/6/1	0.00045	
95/6/22	0.00040	
95/7/26	0.00035	
95/8/29	0.00044	

95/9/14	0.00032
95/10/27	0.00046
95/12/07	0.00041

表 3-5 平差後 0 m 樁至各樁標準距離(單位 m)

次數	日期	設定 C	0-5	0-23	0-31	0-59	0-77	0-95	0-143	0-266	C
1	95/3/31	0.0028	4.9954	23.0257	30.9862	59.0109	77.0140	95.0126	142.9836	266.0006	-0.0017
2	95/4/18	0.0028	4.9954	23.0256	30.9861	59.0107	77.0136	95.0126			-0.0016
3	95/06/01	0.0015	4.9956	23.0261	30.9868	59.0106	77.0144	95.0127	142.9841	266.0008	-0.0001
4	95/06/22	0.0015	4.9962	23.0274	30.9867	59.0120	77.0147	95.0134	142.9850	266.0014	0.0001
5	95/7/26	0.0015	4.9957	23.0266	30.9867	59.0117	77.0144	95.0130	142.9843	265.9933	-0.0001
6	95/8/29	0.0015	4.9956	23.0263	30.9866	59.0113	77.0142	95.0133	142.9846	265.9943	0.0001
7	95/9/14	0.0015	4.9959	23.0263	30.9867	59.0115	77.0146	95.0130	142.9844	265.9943	0.0001
8	95/10/27	0.0015	4.9957	23.0268	30.9870	59.0109	77.0141	95.0128	142.9840	265.9935	-0.0003
9	95/12/07	0.0015	4.9958	23.0266	30.9874	59.0112	77.0140	95.0137	142.9840	265.9946	-0.0002

表 3-6 各段距離平差後標準偏差(單位 mm)

日期	0-5	0-23	0-31	0-59	0-77	0-95	0-143	0-266	C
95/3/31	0.24	0.25	0.27	0.28	0.31	0.33	0.36	0.40	0.17
95/4/18	0.19	0.20	0.22	0.25	0.29	0.32			0.15
95/06/01	0.23	0.24	0.26	0.27	0.30	0.32	0.35	0.39	0.16
95/06/22	0.20	0.21	0.23	0.24	0.26	0.28	0.31	0.34	0.14
95/7/26	0.18	0.18	0.20	0.21	0.23	0.25	0.27	0.30	0.12
95/8/29	0.23	0.24	0.25	0.27	0.29	0.31	0.34	0.38	0.16
95/9/14	0.16	0.17	0.18	0.19	0.21	0.23	0.25	0.27	0.11
95/10/27	0.23	0.24	0.26	0.28	0.30	0.32	0.35	0.39	0.16
95/12/07	0.21	0.22	0.23	0.25	0.27	0.29	0.32	0.35	0.14

由表 3-5 可得，95/3/31 及 95/4/18 平差後成果之加常數 C 分別為 -1.7 mm 及 -1.6 mm，與表 3-3 加常數查核成果大略相符，95 年 5 月依送工研院檢校結果資料重設加常數後 ( 1.5 mm )，平差後成果之加常數 C 均小於儀器規格 ( 1 mm+1 ppm )，顯示 95.04.24 標準件送校日迄今加常數維持穩定，且使用 3-3 式除可求得標準距離外，亦可檢核加常數。

### 3. 基樁穩定性分析

利用上節嚴密平差後之各段基線標準距離，計算前後兩次標準距離的差值來檢視基樁的穩定性，計算如下：

$$dD_1 = D_{S_2} - D_{S_1} \quad (3-4)$$

$$dD_2 = D_{S_3} - D_{S_2}$$

.....

$$dD_n = D_{S_{n+1}} - D_{S_n}$$

取各差值  $dD_1$ 、 $dD_2$ ..... $dD_n$  的總和計算其標準誤差  $\sigma$

$$\sigma = \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (d\bar{D} - dD_i)^2}{n} \right]^{1/2} \quad (3-5)$$

若理想值為未知數則分母取 ( n-1 )，但以本研究而言，最理想狀態為各基樁均固定不動，即理想值為 0，故除以 n。利用 ( 3-4 ) 式由表 3-5 可計算得表 3-7，利用 ( 3-5 ) 式由表 3-7 計算各基樁偏移量標準偏差如表 3-8。

表 3-7 各基樁前後兩次觀測平差後偏移量 (單位 mm)

次數	0-5	0-23	0-31	0-59	0-77	0-95	0-143	0-266
2-1	0.000	-0.100	-0.100	-0.200	-0.400	0.000		
3-2	0.200	0.500	0.700	-0.100	0.800	0.100	0.500	0.200
4-3	0.600	1.300	-0.100	1.400	0.300	0.700	0.900	0.600
5-4	-0.500	-0.800	0.000	-0.300	-0.300	-0.400	-0.700	-8.100
6-5	-0.100	-0.300	-0.100	-0.400	-0.200	0.300	0.300	1.000
7-6	0.300	0.000	0.100	0.200	0.400	-0.300	-0.200	0.000
8-7	-0.200	0.500	0.300	-0.600	-0.500	-0.200	-0.400	-0.800
9-8	0.100	-0.200	0.400	0.300	-0.100	0.900	0.000	1.100

(註：2-1 表示第 2 次平差值減第 1 次平差值，餘類推)

表 3-8 基樁偏移量中誤差 (單位 mm)

樁位	中誤差	3 倍中誤差	備註
0-5	0.31	0.93	
0-23	0.60	1.80	
0-31	0.27	0.87	
0-59	0.59	1.57	
0-77	0.42	1.26	
0-95	0.44	1.32	
0-143	0.51	1.53	
0-266	0.65	1.95	不含 5-4 結果

由表 3-8，可取 3 倍  $\sigma$  ( +3 $\sigma$ , -3 $\sigma$  ) 為標準範圍，定為各參考標準距的管制區間。

## 第四章 基線場量測不確定度來源及數據分析

### 4.1 量測不確定度

依 TAF 實驗室認證規範 ISO/IEC 17025 第五章 5.4.6 規定，實施校正或內校之實驗室應使用程序以估算實驗室之量測不確定度。為使本基線場符合 ISO/IEC 17025 對量測不確定度估算之要求，將依「ISO 量測不確定度表示方式指引 ( the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement )，ISO GUM」，評估本基線

場的量測不確定度。依 ISO GUM 建議，如果各輸入量無相關性，評估量測不確定度有 8 步驟【6】【7】，敘述如下：

第一步：建立數學模式  $Y = f(X_1, X_2, X_3 \dots X_n)$

第二步：求出  $X_i$  的最佳估值  $x_i$ 、標準不確定度  $u(x_i)$  及自由度  $v(x_i) = v_i$ 。

第三步：計算  $Y$  的估計值  $y$ ：只要將  $X_i$  的估計值  $x_i$  帶入函數  $f$  即可。

第四步：計算的靈敏係數  $c(x_i) = c_i$ ，其中： $C_i = \frac{\partial y}{\partial x_i}$  (4-1)

第五步：計算  $y$  之標準不確定度：標準組合不確定度  $u_c^2(y)$  可由下式得出：

$$\begin{aligned} u_c^2(y) &= [c_1 u(x_1)]^2 + [c_2 u(x_2)]^2 + [c_3 u(x_3)]^2 + \dots + [c_n u(x_n)]^2 \\ &= [u_1(y)]^2 + [u_2(y)]^2 + [u_3(y)]^2 + \dots + [u_n(y)]^2 \end{aligned} \quad (4-2)$$

第六步：計算量測量  $y$  有效自由度  $v_{eff}$ ：可由 Welch-Scatterthwaite 方程式得出

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\frac{u_1^4(y)}{v_1} + \frac{u_2^4(y)}{v_2} + \frac{u_3^4(y)}{v_3} + \dots + \frac{u_n^4(y)}{v_n}} \quad (4-3)$$

第七步：決定擴充不確定度：從已知  $y$  之有效自由度之值，配合所要的信賴水平（通常採用 95%），可從  $t$  分配查表得函蓋因子  $K$ ，此函蓋因子乘上組合標準不確定度  $u_c(y)$  即可得擴充不確定度。

$$U = K \times u_c(y) \quad (4-4)$$

第八步：將量測結果  $y$  及標準不確定度  $u_c(y)$ （或擴充不確定度  $U$ ）列於報告中。

## 4.2 函數建立及不確定度來源分析

### 4.2.1 函數建立

黎明基線場電子測距儀器差值計算式如下【8】：

器差 = 待校件測距儀量測值 - 基線場基樁標準值。

所得誤差可以下式表示：

$$D_{\text{器差}} = \text{待校件測距儀量測誤差} - \text{基樁標準值誤差}$$

$$\text{即 } \Delta D = D_m - D_s。$$

由於待校件測距儀量測值與基線場基樁標準值獨立不相關，則校正結果器差  $\Delta D$  組合標準不確定度為

$$u_{\Delta D} = \left( u(D_m)^2 + u(D_s)^2 \right)^{1/2} = \left( u_m^2 + u_s^2 \right)^{1/2}$$

式中  $u_s$  表示基線場標準距離之組合標準不確定度； $u_m$  表示待校件測距儀量測值之組合標準不確定度。

## 4.2.2 不確定度來源分析

### 1. 基線場標準距離不確定度來源分析

黎明基線場係使用本中心 Trimble 3601 為標準件進行基線標準距離測量，並以精密之溫度計及壓力計施測環境之溫度及壓力以進行觀測值之大氣影響修正，現分析基線場不確定度來源如下【8】【9】：

- (1) 來自一級追溯值 ( $X_1$ ): 屬 B 類評估，本基線場標準件係追溯自工研院量測中心國家標準基線場，故該基線場之不確定度會傳播至本基線場。依標準件檢校報告【9】，國家標準基線場在 95% 信賴水準下之擴充不確定度為  $((0.6)^2 + (1.6 \times 10^{-6} \cdot D)^2)^{1/2} \text{mm}$ ，擴充系數為 1.99，有效自由度為 103。
- (2) 基線場距離重複觀測 ( $X_2$ ): 屬 A 類評估，以多次基線場全組合觀測嚴密平差求得，為長方形分布，取歷次平差後未知數 (即各段標準距離) 中誤差的最大值 0.40mm (即表 3-7)，分配係數  $\sqrt{3}$ ，自由度 21 (即多餘觀測數)。
- (3) 大氣條件變化 (溫、溼度、氣壓) ( $X_3$ ): 標準距離測定時均已將環境條件輸入儀器自動修正，此項估計係環境量測時之誤差造成標準距離量測之不確定性，屬 B 類評估，依本基線場標準件 Trimble 3601 使用手冊是依下式對大氣進行修正。

$$S = 281.8 - \left[ \frac{0.29065}{1 + \alpha t} P - \frac{4.126 \times 10^{-6} h}{1 + \alpha t} E \right], \quad E = 10^{\frac{7.5t}{t+237.7} + 0.7857}$$

其中 P 為大氣壓力 (單位 hPa)，t 為溫度 (單位  $^{\circ}\text{C}$ )，h 為空氣相對濕度 (單位%)，依操作手冊記載當環境溫度  $12^{\circ}\text{C}$ 、大氣壓力 1013hPa、相對濕度為 60% 時大氣修正值為 0ppm，依此大氣修正式估計，當溫度量測誤差為  $1^{\circ}\text{C}$  時修正量約為 0.8ppm，相對濕度誤差量為 20% 時修正量約為 0.3ppm，大氣壓力觀測誤差量為 3hPa 時修正量約為 0.4ppm。因此保守估計此項因儀器量測值大氣修正不完全之不確定度為 1ppm，假設為矩形分布，分配係數  $\sqrt{3}$ ，估計其相對不確定性 R% 為 20%，自由度依 (4-5)【6】式可得為 12.5。

$$\left(\frac{100}{R}\right)^2 * \left(\frac{1}{2}\right) \quad (4-5)$$

- (4) 反射鏡圓氣泡定平誤差 ( $X_4$ ): 屬 B 類評估，以基線場使用稜鏡基座計算，管氣泡精度規格為  $60''/2\text{mm}$ ，即當管氣泡角度偏離  $60''$ ，中心偏離 2mm。基座均需經過檢查後使用用於基線測量。估計為 0.4mm，為常態分

- 布，分配系數 3，估算其相對確定性為 20%，則由(4-5)式得自由度為 12.5。
- (5)照準偏心回復訊號 (  $X_5$  )：屬 B 類評估，即儀器測量時未對準稜鏡中心時的不確定性，經實際測試 ( 儀器設置 0m，觀測 59m 稜鏡，可明顯觀測稜鏡，調整目鏡十字絲位置再測距 )，最大差值為 1.1mm，最小差值為 0.2mm，共觀測 9 次取均值為 0.4mm，假設為矩形分布，分配系數為  $\sqrt{3}$ ，估計其相對不確定性 R% 為 20%，自由度依(4-5)式可得為 12.5。
- (6)基樁偏移量 (  $X_6$  )：屬 A 類評估，利用重複基線距離觀測嚴密平差成果來分析基樁穩定性，由平差後基樁距離前後二次成果之變化量來估算基樁位置穩定性之標準不確定性，為矩形分布，取(表 3-13)中誤差的最高值 0.65mm，分配係數  $\sqrt{3}$ ，估計其相對不確定性 R% 為 10%，自由度依(4-5)式可得為 50。
- (7)儀器最小讀數(  $X_7$  )：屬 B 類評估，為儀器讀數的解析度。TRIMBLE 3601 距離讀數的解析度為 0.1mm，假設為矩形分布，分配系數  $\sqrt{3}$ ，估計其相對不確定性 R% 為 20%，自由度依(4-5)式可得為 12.5。
- 由上述不確定度來源分析，建立黎明基線場標準距離不確定計算表如表 4-1。

表 4-1 黎明基線場標準距離標準不確定度計算表

代號	不確定度來源	不確定度 (單位 mm)	類別	機率分 配	分配 係數	標準不確定度 $u(x_i)$	敏感係數 $c_i = \frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i}$	標準不確定度分 量(mm) $c_i \times u(x_i)$	自由度
$X_1$	來自一級追溯值	$0.6^2$	B	常態	1.99	0.18	1	0.18	103
		$(1.6 \times 10^{-6})^2$	B	常態	1.99	$1.28 \times 10^{-6}$	D	$(1.28 \times 10^{-6}) \times D$	103
$X_2$	基線場距離重複 觀測	0.40	A	矩形	$3^{1/2}$	0.23	1	0.23	28
$X_3$	大氣條件變化	$(1 \times 10^{-6})$	B	矩形	$3^{1/2}$	$0.58 \times 10^{-6}$	D	$(0.58 \times 10^{-6}) \times D$	12.5
$X_4$	反射鏡圓氣泡定 平誤差	0.4	B	常態	$9^{1/2}$	0.14	1	0.14	12.5
$X_5$	照準偏心回復訊 號	0.4	B	矩形	$3^{1/2}$	0.23	1	0.23	12.5
$X_6$	基樁偏移量	0.65	A	矩形	$3^{1/2}$	0.38	1	0.38	50
$X_7$	儀器最小讀數	0.1	B	矩形	$3^{1/2}$	0.04	1	0.04	12.5

## 2. 待校件距離量測不確定度來源分析

即待校件於基線場進行校正時之不確定度來源，依校正程序，待校件每一段距離均觀測 3 次，取平均值為最後觀測值，現分析待校件不確定度來源分析。

(1) 待校件重複觀測 ( $X_8$ ): 屬 A 類評估，為待校件儀器本身的穩定度，以待校件的儀器規格做為該項不確定度的考量。以待校件每一段距離測距 3 次取平均值，即

$$\overline{SD} = \frac{sd_1 + sd_2 + sd_3}{3} \quad (4-6)$$

假設每一次測距的標準誤差為  $\sigma$ ，即  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma$  則平均值的標準誤差  $\sigma_{sd} = \frac{\sigma}{\sqrt{3}}$ 。以與本基線場標準件相同儀器規格 1mm+1ppm 來模擬估算此項不確定度分量，為常態分布，分配係數 3，估計其相對不確定度性 10%，則自由度為 50。

(2) 反射鏡管氣泡定平誤差 ( $X_9$ ): 待校件觀測時使用本中心標準基座，該項來源與標準距離測定時相同。屬 B 類評估，估計為 0.4mm，為常態分布，分配係數 3，估算其相對確定性為 20%，則由 (4-5) 式得自由度為 12.5。

(3) 大氣改正誤差 ( $X_{10}$ ): 待校件一般也具有自動改正環境造成之大氣誤差，當改正不完全時即有不確定度存在，估計為 1ppm，為矩形分布，分配係數  $\sqrt{3}$ ，估計其相對不確定性 R% 為 20%，自由度依(4-5)式可得為 12.5。

(4) 照準偏心回復訊號 ( $X_{11}$ ): 屬 B 類評估，即儀器測量時未對準稜鏡中心時的不確定性，經估計為 0.4mm，假設為矩形分布，分配係數為  $\sqrt{3}$ ，估計其相對不確定性 R% 為 20%，自由度依(4-5)式可得為 12.5。

(5) 儀器最小讀數 ( $X_{12}$ ): 屬 B 類評估，為儀器讀數的解析度。假設待校件距離讀數的解析度為 0.1mm，為矩形分布，分配係數  $\sqrt{3}$ ，估計其相對不確定性 R% 為 20%，自由度依(4-5)式可得為 12.5。

由上述不確定度來源分析，待校件距離量測不確定度計算表如表 4-2。

表 4-2 待校件標準不確定度計算表

代號	不確定度來源	不確定度 (單位 mm)	類別	機率分配	分配係數	標準不確定度 $u(x_i)$	敏感係數 $c_i = \frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i}$	標準不確定度分量(mm) $c_i \times u(x_i)$	自由度
X <sub>8</sub>	待校件重複觀測	0.58	A	矩形	3 <sup>1/2</sup>	0.33	1	0.33	50
		$(0.58 \times 10^{-6})^2$	A	矩形	3 <sup>1/2</sup>	$(0.33 \times 10^{-6})$	D	$(0.033 \times 10^{-6}) \times D$	50
X <sub>9</sub>	反射鏡管氣泡定平誤差	0.4	B	常態	9 <sup>1/2</sup>	0.14	1	0.14	12.5
X <sub>10</sub>	大氣條件變化	$(1 \times 10^{-6})$	B	矩形	3 <sup>1/2</sup>	$(0.58 \times 10^{-6})$	D	$(0.58 \times 10^{-6}) \times D$	12.5
X <sub>11</sub>	照準偏心回復訊號	0.4	B	矩形	3 <sup>1/2</sup>	0.23	1	0.23	12.5
X <sub>12</sub>	儀器最小讀數	0.1	B	矩形	3 <sup>1/2</sup>	0.04	1	0.04	12.5

#### 4.2.3 組合標準不確定度及擴充不確定度

校正結果器差  $\Delta D$  組合標準不確定度為

$$u_{\Delta D} = \left( u(D_m)^2 + u(D_s)^2 \right)^{1/2} = \left( u_m^2 + u_s^2 \right)^{1/2}$$

式中  $u_s$  表示基線場標準距離之組合標準不確定度； $u_m$  表示待校件測距儀量測值之組合標準不確定度

##### 1. 基線場標準距離之組合標準不確定度 $u_s$

由基線場標準距離不確定度來源分析，因各來源獨立不相關，由誤差傳播，標準距離之組合標準不確定度如下

$$\begin{aligned} u_s^2 &= X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2 + X_5^2 + X_6^2 + X_7^2 \\ &= (cu(x_1))^2 + (cu(x_2))^2 + (cu(x_3))^2 + (cu(x_4))^2 + (cu(x_5))^2 + (cu(x_6))^2 + (cu(x_7))^2 \\ &= 0.18^2 + (1.28 \times 10^{-6} \times D)^2 + (0.23)^2 + (0.58 \times 10^{-6} \times D)^2 + 0.14^2 + 0.23^2 + 0.38^2 + 0.04^2 \\ &= 0.56^2 + (1.41 \times D)^2 \end{aligned}$$

$$\text{即 } u_s = \left( 0.56^2 + (1.41 \times 10^{-6} \times D)^2 \right)^{1/2}$$



有效自由度採 Welch-Scatterthwaite 公式，以黎明基線場最長基樁 266m 計算如下：

$$v_{eff} = \frac{(u_{sc})^4}{\frac{X_1^4}{v_1} + \frac{X_2^4}{v_2} + \frac{X_3^4}{v_3} + \frac{X_4^4}{v_4} + \frac{X_5^4}{v_5} + \frac{X_6^4}{v_6} + \frac{X_7^4}{v_7}}$$

$$= \frac{0.6740^4}{\frac{0.18^4}{103} + \frac{(1.28 \times 0.266)^4}{103} + \frac{0.23^4}{21} + \frac{(0.58 \times 0.266)^4}{12.5} + \frac{0.14^4}{12.5} + \frac{0.23^4}{12.5} + \frac{0.38^4}{50} + \frac{0.04^4}{12.5}}$$

$$= 205$$

2. 待校件量測值之組合標準不確定度  $u_m$

由待校件量測值之不確定度來源分析，因各來源獨立不相關，由誤差傳播，待校件量測值之組合標準不確定度計算如下

$$u_m^2 = X_8^2 + X_9^2 + X_{10}^2 + X_{11}^2 + X_{12}^2$$

$$= (cu(x_8))^2 + (cu(x_9))^2 + (cu(x_{10}))^2 + (cu(x_{11}))^2 + (cu(x_{12}))^2$$

$$= 0.33^2 + (0.33 \times 10^{-6} \times D)^2 + 0.14^2 + (0.58 \times 10^{-6} \times D)^2 + 0.23^2 + 0.04^2$$

$$= 0.43^2 + (0.66 \times D)^2$$

$$\text{即 } u_m = \left( 0.43^2 + (0.66 \times 10^{-6} \times D)^2 \right)^{1/2}$$

有效自由度採 Welch-Scatterthwaite 公式，以黎明基線場最長基樁 266m 計算如下：

$$v_{eff} = \frac{(u_m)^4}{\frac{X_8^4}{v_8} + \frac{X_9^4}{v_9} + \frac{X_{10}^4}{v_{10}} + \frac{X_{11}^4}{v_{11}} + \frac{X_{12}^4}{v_{12}}}$$

$$= \frac{0.4645^4}{\frac{0.33^4}{50} + \frac{(0.33 \times 0.266)^4}{50} + \frac{0.14^4}{12.5} + \frac{(0.58 \times 0.266)^4}{12.5} + \frac{0.23^4}{12.5} + \frac{0.04^4}{12.5}} = 85$$

3. 校正結果器差之組合標準不確定度  $u_{\Delta D}$

基線場標準距離  $D_s$  與待校件測距儀量測值  $D_m$  獨立不相關，不確定度計算表如表 4-3 所示：

表 4-3 校正結果器差  $\Delta D$  標準不確定度分析表

代號	不確定度來源	敏感係數	標準不確定度分量(mm)	自由度
$u_s$	標準基線 $D_s$ 組合標準不確定度	1	$\left( 0.56^2 + (1.41 \times 10^{-6} \times D)^2 \right)^{1/2}$	205

$u_m$	待校件測距儀量測值 $D_m$ 組合標準不確定度	1	$\left(0.43^2 + (0.66 \times 10^{-6} \times D)^2\right)^{1/2}$	85
-------	--------------------------	---	--	----

則校正結果之組合標準不確定度計算如下

$$\begin{aligned} u_{\Delta D} &= \left(u(D_m)^2 + u(D_s)^2\right)^{1/2} = \left(u_m^2 + u_s^2\right)^{1/2} \\ &= \left(0.56^2 + (1.41 \times 10^{-6} \times D)^2 + 0.43^2 + (0.66 \times 10^{-6} \times D)^2\right)^{1/2} \\ &= \left(0.71^2 + (1.56 \times 10^{-6} \times D)^2\right)^{1/2} \text{ mm} \end{aligned}$$

有效自由度採 Welch-Scatterthwaite 公式，以黎明基線場最長基樁 266m 計算如下：

$$v_{eff} = \frac{(u_{\Delta D})^4}{\frac{u_s^4}{v_s} + \frac{u_m^4}{v_m}} = \frac{0.8223^4}{\frac{0.6740^4}{205} + \frac{0.4645^4}{57}} = 287$$

而器差之擴充不確定度  $U_{\Delta D} = k u_{\Delta D}$ ， $k$  稱為擴充係數，取信賴水準 95%，查 t 分布表得  $k=1.96$ ，故基線場器差之擴充不確定度

$$U_{\Delta D} = 1.96 \times \left(0.71^2 + (1.56 \times 10^{-6} \times D)^2\right)^{1/2} = \left(1.39^2 + (3.06 \times 10^{-6} \times D)^2\right)^{1/2} \text{ mm}$$

因此黎明電子測距基線場以電子測距儀規格  $(1+1 \times 10^{-6} \times D)$  mm 模擬校正，則最佳校正能力為

$$U_{\Delta D} = (1.39 + 3.06 \times 10^{-6} \times D) \text{ mm} \quad D \text{ 從 } 1 \text{ m 至 } 266 \text{ m}$$

## 第五章 結論及展望

1. 測量成果品質的提升，除人員的教育訓練外，儀器的良窳為最重要的因素，因此持續且定期的儀器檢校是必要的。
2. 在基線測量觀測過程中發現，相同儀器採用不同稜鏡時，所造成的常數誤差不同，因此實際測量作業時，應使用檢校時相同的稜鏡，若作業上必需使用其它稜鏡搭配，則測量作業前必需先實施檢校。
3. 基線量測是長時間及持續性的工作，在研究過程中發現黎明基線場 266m 處基樁在 95 年 6 月至 95 年 7 月發生約 8mm 之移動量，之後又趨於穩定，本基線場的標準距離量測將會持續進行並分析基樁穩定性，隨時掌握正確之標準距離。
4. 檢視及分析黎明基線場各項不確定度來源發現，最大的不確定度來源為「基樁

偏移量」，本基線場尚屬建置初期，待各基樁隨土質環境長時間穩定後，本基線場之校正能力應可再提升。

5. 黎明基線場建置後，再加上原有之簡易基線場使本中心電子測距儀檢校的作業能力及能量已大符提升，以目前本中心管理約 100 部儀器，具備檢校作業能力，可節省龐大儀器送校的費用，在機關經費拮据的情形下，預期有相當大的經濟效益。
6. 電子測距儀經緯儀的主要功能包括測角及測距，基線場的建立屬測距功能的檢校，至測角部分本中心 96 年將採購室內檢校設備（多管軸角度檢校系統），可進一步提升本中心測角檢校作業能力。
7. 依 TAF 辦理實驗室認證所依據 ISO/IEC 17025 規定，申請認證應備文件包括「品質手冊」、「程序書」及「系統評估」，本研究的完成應可建立系統評估，後續將儘速建立其它二項文件。
8. 「國土測繪法」已於 96 年 3 月 21 日總統明令公布，其子法「基本測量實施規則」亦於 96 年 11 月 15 日由內政部發布，該規則第二十四條規定「基本控制量所使用之儀器裝備，應依實施計畫之校正項目及週期辦理校正。前項校正應由國家度量衡標準實驗室或簽署國際實驗室認證聯盟相互承認辦法之認證機構認證之實驗室為之，並出具校正報告」，另研擬中的「應用測量實施規則」亦有類似之規定。就國內而言簽署國際實驗室認證聯盟相互承認辦法之認證機構即為 TAF，因此本中心將努力朝通過 TAF 認證並服務地政機關之方向努力。

### 參考書目

1. 財團法人全國認證基金會，實驗室認證規範 ISO/IEC 17025 訓練訓練教材（第三版），94 年 08 月 08 日修訂。
2. 國立臺灣大學土木工程學系，Electronic Distance Measurement(課程教材)，95 年。
3. 何維信，測量學（第四版），90 年 10 月。
4. 財團法人全國認證基金會，量測追溯政策，文件編號 TAF-CNLA-R04，2004 年 12 月 1 日。
5. Trimble，Zeiss Elta<sup>®</sup> Control Unit Software User Guide，2001 年 6 月 4 日。
6. 財團法人全國認證基金會，量測不確定度研討會 - 基礎班 訓練教材(第四版)，95 年 03 月 01 日修訂。

- 7.財團法人全國認證基金會，測試結果量測不確定度評估指引，94年1月13日
- 8.逢甲大學環境資訊科技研究所，電子測距儀系統評估報告，92年10月。
- 9.工業技術研究院量測技術發展中心，電子測距儀校正系統評估報告，95年9月7日七版。
- 10.工業技術研究院量測技術發展中心，電子測距儀校正程序，92年7月18日。
- 11.逢甲大學環境資訊科技研究所，電子測距儀校正作業程序，92年10月。
- 12.林開儀譯，量測不確定度表示方式指引( Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, 2<sup>nd</sup> Edition, 1995 ), 工研院量測中心認證/驗證、訓練組。
- 13.於宗壽、魯林成，測量平差基礎，測繪出版社，1994年6月