

發展衛星測量基線網形平差系統之研究

湯凱佩¹ 陳鶴欽² 梁旭文³

¹內政部國土測繪中心專員 ²內政部國土測繪中心技正 ³內政部國土測繪中心課長

摘要

控制測量係辦理各項細部測量外業之基礎，內政部國土測繪中心以衛星定位方式辦理控制測量作業中，原基線網形平差計算所使用程式為「中文化網形平差程式」，係91年度委外開發使用，該程式同時授權提供縣市政府地政及測量相關單位使用，惟近年來因電腦作業系統改變等因素，該程式已不敷使用，經國土測繪中心自行重新發展新平差程式，除了原有平差解算功能外，新增加相關檢核功能，並強化圖形顯示及操作介面，未來更規劃開發時段規劃的輔助工具，及相關文件圖表製作等功能，使程式成為一套較完整的系統。本研究選擇103年度11個地籍圖重測區加密控制點成果進行測試，同時選擇102年度全國性之基本控制點檢測作業成果，與商用TURBONET平差程式測試比對，研究結果顯示，就坐標成果而言，新程式與原程式成果相同率達96%（強制符合平差成果），而與TURBONET程式成果相同率更高達99.7%，少數不相同者其差異均在1mm（資料取位最小單位）之內，考量捨位所造成之誤差，成果可視為相同，新程式增加許多資料修整及偵錯輔助功能，並將文字資料與圖形相關聯，提供圖形化操作介面，可提高整體作業效率。

關鍵字：坐標轉換、基線網形差平差、全球定位系統、衛星測量。

前言

目前內政部國土測繪中心(以下簡稱國土測繪中心)採用衛星定位方式辦理控制測量作業所使用之基線網形平差程式，係91年度委外案中所開發，並於93年發布啟用，程式名稱為「中文化網形平差程式」(以下稱原程式)，該程式除測繪中心外，亦提供縣市政府地政及測量相關單位使用。程式之計算核心以Fortran語言撰寫，操作介面則是以微軟公司之Visual Basic語言開發，運作上是透過操作介面叫(call)用核心程式完成計算工作，產生相關成果檔後再讀取成果。原程式在使用上執行效率較差，介面親和力亦有不足，且因委外開發，原設計團隊已解散，無法新增功能。而目前所遭遇的最嚴重問題，則是因微軟公司Visual Basic程式語言與該公司其他軟體如Office等共用部分軟體元件，隨著微軟公司Windows作業系或Office軟體更新或升級，已發生原程式與部分更新後元件或動態函式庫(.dll)不相容的問題，造成無法於版本較新的系統(含部分Windows XP及Win 7以上作業系統)上安裝。

另外依據現行法規，辦理加密控制測量作業需辦理除原規定成果精度(包含邊長標準誤差及95%信心區間基線精度)，亦須針對基線網中圖形閉合差(包含產生圖形閉合圈、可剔除之基線數目佔總獨立基線數比例、各分量之平均閉合差、各分量之閉合差對閉合圈總邊長之比數及全系各分量之平均閉合差對閉合圈總邊長之比數等項目)、基線重複性(重複觀測基線水平分量之差值及垂直分量之差值)等相關項目進行檢核，惟目前相關商業軟體針對上開項目並無提供上述相關檢合報表。為此，國土測繪中心規畫自行研究開發解算程式，除亦針對原程式進行相關功能補強，另將增加上開相關檢核功能，並強化圖形顯示及操作介面。

● 重要基線及重要基線法閉合圈檢核

辦理加密控制測量作業中，由於全組合之基線數量多，由這些基線組成閉合圈時，數量龐大(30點左右的基線網即可組成數十萬個以上的閉合圈)且運算時間過久，實務上並不可

行。本研究提出一可行之方法，首先定義重要基線，並基於重要基線產製一有限數量且唯一的不規則多邊形網，並對該多邊形網進行不同範圍大小的環線閉合圈檢核，藉由逐步擴大閉合圈的大小進行檢核，可確保每個局部範圍內的基線閉合成果，符合測量上鄰近（局部）範圍內較差較小的原則。

參考圖1-a，基線AB與第三點C所形成之 $\angle ACB$ ，當該角度愈大（鈍）時，表示AB愈可由AC及BC兩條（較短的）基線所替代，亦即視AB可被替代性較高故較不重要，此為重要基線之意涵。而重要基線之定義便是以此為出發，參考圖1-b，針對一條基線，在給定的圓心角度條件下，若存在圓形空間內無其他點位（淨空）可與基線兩端點形成另兩條基線取代之，則該基線為重要。

1. **重要基線定義**：基線AB，通過以AB為弦之圓，其圓心為O， $\angle AOB$ 為圓心角， θ 為角度條件（ $0 \leq \theta \leq 180^\circ$ ），對基線AB而言，若存在有圓其圓心角大於 θ ，且圓內無其他點位（淨空），則AB為重要基線。圖1-c所示為在設定的 θ 角條件下，AB為重要基線時，其淨空圓可能之位置分布圖（圓心分布於O1至O2連線上）；另一種說法，意即在圖1-3c標示黃色的區域內若能找到一圓通過A及B，且圓內為淨空無其他點位，則AB為重要基線。圖1-3d所示係 θ 角設定為180度時，形成單一圓之情形。

<p>圖 1-a 基線取代性示意圖</p>	<p>圖 1-b 重要基線定義示意圖</p>
<p>圖 1-c 重要基線淨空圓分布圖</p>	<p>圖 1-d $\theta = 180^\circ$ 形成單一淨空圓</p>

2. 空間中點群所形成之重要基線具備之特性：

- (1) 每一點與其最近的點（距離最短）必為重要基線。
- (2) 每一點位均有重要基線與之相連。
- (3) 任意兩點之間必可由重要基線組成之路徑串連。重要基線將各點串連，形成一網絡。
- (4) 二維空間之點群所形成之重要基線必不相交。
- (5) 由點群所解算（形成）的一組重要基線具唯一性。

3. 閉合檢核

解算出重要基線後，部分最外圍點位僅單一基線所串連未形成閉合，可再進行求解外圍基線後，如此，這些基線會形成相連接的封閉多邊形網（類似 TIN 網，但組成者非全為三角形），以下稱這些多邊形為最小閉合圈。

資料計算及分析

為了解新開發系統之功能，採用實際的GPS測量基線觀測資料，由新程式進行計算處理，以驗證程式之正確性及完整性，並期待找出程式之隱藏錯誤。選擇國土測繪中心103年度11地籍圖重測區進行平行測試，分別為新程式與原程式平差計算成果比對及新程式功能測試，其方法如下：

1. 平差計算成果比對：本項工作是在資料完成檢核、剔錯處理後，在相同的條件下由原程式與新程式各自進行平差計算，並比對兩程式計算成果（包括各項成果輸出檔）。前面所稱相同的條件係指平差時設定的約制點條件、基線數量和基線剔除狀況均要相同，並以原程式計算結果為正確，視比對結果是否一致來驗證新程式之正確性。

2. 新程式功能測試：平行作業時以原程式採現行資料處理方法步驟進行，相同的方法步驟亦以新程式進行之，驗證新程式是否完整支援現行作業需求。另外，新程式所增加之偵錯、檢核等輔助功能，亦以實際資料進行操作，測試功能是否正確執行，以及操作介面設計是否妥適，同時檢驗新程式剔除錯誤能力。藉由各項操作測試，檢驗新程式功能之完整性。

● 新程式與原程式平差計算成果比對

本項工作為比對新程式與原程式之平差計算成果，主要目的為驗證平差計算核心程式是否正確，實際做法則是比對平差輸出成果檔案中重要的資料項，如坐標成果*.CTL及*.COR檔中之點位坐標值、標準誤差，平差成果*.OUT檔中之基線觀測量改正數、標準化改正數及其他檔案如*.CMP、*.PPM檔中之平差前後基線長度較差、相對精度等，由於計算成果輸出時，各項數值均已經過取位而有捨位誤差，其中如坐標值、基線向量值、長度（距離）值等，均取至小數點以下三位（即mm），故本次成果比對將差異為1mm者仍視為一致。比對結果，結果顯示兩程式計算成果一致。

在各項比對項目中，**點位坐標**（包括坐標值及標準誤差）為最重要之比對項目，因此，本次作業特別針對坐標成果差異進行統計。基線網形平差採間接觀測平差模式，其觀測方程式如下：

$$L + V = AX \quad (L \text{ 為基線觀測值}, V \text{ 為改正數}, X \text{ 為未知數}, A \text{ 為係數矩陣})$$

每條基線有3個觀測量（基線向量），可列成觀測方程式如下：

$$L = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_x \\ l_y \\ l_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & x_2 & y_2 & z_2 \end{bmatrix}^T = AX$$

組合全部的觀測方程式後以最小二乘法進行平差求解，其中各點位坐標 (x_i, y_i, z_i) 即是待求解之未知數。坐標值未知數 $X = (A^T P A)^{-1} A^T P L = N^{-1} A^T P L$ ，其中 P 為權矩陣， N 為法矩陣。坐標解算後，可推算其他數值，包括如平差後基線向量（2點坐標相減）、平差後基線長度（2點距離），平差後基線向量與平差前基線向量（觀測值，為已知）相減可得基線觀測量改正數、平差前後基線長度相減可得基線長度較差、長度較差除以基線長度可得相對精度、長度較差可推算PPM（如30mm + K ppm，求K值）等，以上說明了他項成果由坐標成果簡易推求的方法，

也點出了平差後點位坐標成果的重要性，此即前述坐標值為最重要比對項目的理由。當坐標成果正確，則推求的他項成果亦為正確，是以倘原、新程式兩者平差後坐標成果比對一致，則其他多項成果比對亦會一致。

經彙整11個測試區點位坐標比對結果，成果顯示，除斗六測區強制附合平差比對成果，點位坐標差值有2點 $\geq 2\text{mm}$ ，其餘坐標比對結果差值均 $\leq 1\text{mm}$ ，且多數點位坐標成果相同。斗六測區比對成果不如預期，經查其原因係已知點PJ27之高程值經檢核有明顯偏差，於平差時高程不納入約制，但因原程式無法針對已知點位坐標(N、E、h)單個分量(h)進行不約制，故採用權宜作法是先將該點位改為未知點，並利用強制附合平差計算得該點平差後坐標，以平差後坐標分量取代有問題的分量(h)，再將該點位改成已知點進行約制，此方式是希望藉由平差後的坐標分量(h)補足點位坐標，並且認為補足後的3坐標分量均納入約制(以下稱模式1)，其平差成果會與只約制N、E分量(以下稱模式2)之結果相同，然而此條件若要成立，則模式2平差後所得之h應與模式1所約制的h值相同，模式1、2分別為原程式及新程式所採用之計算方式，而事實上兩模式計算之成果不會完全相同。

最後，為維持平差條件一致，利用新程式平差結果所得之 $(N_0、E_0、h_2)$ ，以 h_2 取代 h_0 為已知高程，代入原程式重新平差計算(強制附合)並再次比對平差結果，得84個點位坐標全部相同。斗六測區案例同時驗證了新程式可針對點位的坐標分量各別進行約制，在計算上比起原程式更具彈性。

表1為整合各重測區點位坐標比對成果統計表，結果顯示最小約制平差結果，坐標不同之點數約佔7%，坐標差值均 $\leq 1\text{mm}$ ；強制附合平差結果，坐標不同之點數約佔4%，坐標差值均 $\leq 1\text{mm}$ 。

表 1 點位坐標比對結果統計表

平差方式	比對點數	坐標差 1mm 點數	坐標差 2mm (含)以上點數	坐標不同 點數比例	備註
最小約制	547	39	0	7.1 %	
強制附合	547	22	0	4.0 %	斗六測區採重新平差結果統計

● 新程式與TURBONET程式平差計算成果比對

另外為了解大形網解算能力，本次額外加入102年度基本控制點檢測計算，該檢測作業範圍涵蓋臺灣本島、澎湖及金門，網形基線數量13,921條，點數1,452點，其中約制點51點，檢測點1,401點，因為資料量龐大，又原程式計算速度較慢，故採用TURBONET 2.33版程式取代原程式進行計算處理。本項工作同樣將驗證新程式的正確性及功能完整性。

功能完整性驗證方面，從最初的資料偵錯、錯誤修正及基線剔除，到最後的平差計算，新程式均可獨立完成，功能性上亦有不錯的表現，實際作業中利用新功能「時段接合法偵錯」，成功發現2個點位重複命名，並利用修改工具快速完成修正，另外，計算結果排序列表搭配圖形顯示，文字資料與圖形(幾何位置)相關聯輔助人員進行判斷，並同時提供簡易操作介面進行基線剔除，整體作業效率明顯提高。

正確性驗證方面，則是利用完成修正錯誤並剔除不正確基線之資料，在相同的條件下，

以新程式及TURBO-NET程式各自進行平差計算，比對兩者坐標及坐標標準誤差成果。

坐標成果比對：比對1,401個檢測點中有1,397個點位坐標完全相同，相同率達99.7%，僅4個點坐標差異為1mm，因坐標成果輸出時係取至小數點以下3位（即mm），若考量捨位可能造成的誤差，兩程式平差後坐標可視為完全相同。

坐標標準誤差比對：TURBO-NET程式成果輸出時，坐標標準誤差取位至小數點以下3位（1mm），新程式則取位至小數點以下4位（0.1mm），取位問題所造成的誤差，理論上應在0.5mm之內。而實際經撰寫工具程式比對1,452點位共4,356個標準誤差（ $1,452 \times 3$ ， σ_N 、 σ_E 、 σ_h ），結果得較差值均 $\leq 0.5\text{mm}$ ，與預期完全相符合，比對結果坐標標準誤差可視為完全相同。

本檢測計算為一大型網平差計算，點數高達1,452點，平差中每一點位有3個未知數（ x, y, z ），故法方程式矩陣 N 之階數超過 4300×4300 ，計算過程矩陣的相乘、求逆等，執行巨量的浮點數加減乘除運算，任何錯誤發生將導致最後的計算結果錯誤，甚至造成系統當機，而最終比對結果顯示兩者解算點位成果幾乎一致（僅4點坐標差值1mm）。TURBONET程式屬商業軟體，其計算成果已經過驗證，經由此次的比對成果，驗證了新程式的正確性及可靠度。

結論與建議

1. 研究成果顯示，新程式計算成果與原程式及TURBO-NET程式計算成果比對幾乎相同，就坐標成果而言，新程式與原程式成果相同率達96%（強制附合平差成果），而與TURBO-NET程式成果相同率更高達99.7%，少數不相同者其差異均在1mm（資料取位最小單位）之內，考量捨位所造成之誤差，成果可視為相同。
2. 以新程式實際進行衛星基線網形平差計算作業，各項功能經測試均可正常運作，從資料轉檔、載入、偵錯、修正、基線剔除至最後平差計算，可獨立完成計算作業，顯示程式功能完整，而試辦中成功完成102年度基本控制點檢測計算作業，亦展現程式處理大型網能力。
3. 與原程式相較，新程式增加許多資料修整及偵錯輔助功能，並將文字資料與圖形相關聯，提供圖形化操作介面，可提高整體作業效率。並且可在WINDOWS 7已上作業系統運常運作，減少後續重複投資。
4. 建議未來可開發時段規劃輔助子系統，提供視覺化的輔助，於電腦畫面上提供時段模擬，可立即檢視觀測網形及時段重疊情形，同時也於時段規劃時提供重要基線網絡作為參考。
5. 可開發網形規劃圖製作子系統：介接國土測繪中心中心圖台取得影像底圖，並將已知點、新設點等展繪於底圖上，最後再將展繪成果輸出成本中心「圖形繪製系統」檔案格式，進行後續製圖作業。

參考文獻

1. 衛星測量基線網形平差系統簡介，2014，內政部國土測繪中心，臺中，23頁。

論文摘要投稿資訊表

第三十四屆測量及空間資訊研討會-論文摘要投稿表			
主題類別	測量技術類		
發表人	陳鶴欽	是否具學生身份	<input type="checkbox"/> 是 <input checked="" type="checkbox"/> 否
論文題目	發展衛星測量基線網形平差系統之研究		
主要聯絡人	陳鶴欽		
服務單位	內政部國土測繪中心	職稱	技正
聯絡電話	0916-965276 ; 04-22522966#251		
E-mail	23012@mail.nlsc.gov.tw		
聯絡地址	40873 臺中市南屯區黎明路 497 號 4 樓		
國科會編號 ¹			
投稿相關事項			
<input checked="" type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否	是否同意因審查結果而異進行「口頭」發表論文。		
<input checked="" type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否	是否同意因審查結果而異進行「海報」發表論文。		
<input checked="" type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否	是否已詳閱投稿須知，並清楚瞭解投稿相關規定且同意遵守。		
<input checked="" type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否	是否同意將投稿文章及相關資訊授權刊登於「第三十四屆測量及空間資訊研討會」之摘要集、網站及相關文宣中。		
<input checked="" type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否	是否同意「第三十四屆測量及空間資訊研討會」將您的個人資訊紀錄後用於通知及緊急聯絡之用。		
<input checked="" type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否	是否同意當投稿文章有侵害他人權利或違反中華民國相關法律時，投稿者將自行負擔一切法律責任且大會有權將相關資訊移送法務機關。		

註1若發表論文為國科會補助，請特別註明國科會編號