

臺灣本島與離島高程連測計畫
96年度連測作業

期末報告

承辦單位：國立交通大學土木工程學系

詮華國土測繪有限公司

委託單位：內政部國土測繪中心

主持人：黃金維 教授

共同主持人：吳朝榮 教授

黃立信 副教授

陳松安 副教授

洪志偉 測量技師

日期：中華民國 99 年 6 月

目錄

圖目錄	4
表目錄	7
第一章 前言與文獻回顧	9
1-1 前言	9
1-2 文獻回顧	10
第二章 連測方法	18
2-1 連測原理	18
2-2 大地測量法與大地起伏	21
2-3 海洋動力法	24
2-3-1 DUPOM 模式	25
2-3-2 POM 模式	28
第三章 潮位資料蒐集與平均海水面分析	33
3-1 潮位資料	33
3-2 平衡潮理論及調和分析	36
3-3 平均海水面	37
第四章 現有重力資料	42
4-1 陸測重力資料	42
4-2 船載重力	46

4-3 空載重力	48
4-3-1 5000 公尺航高空載重力	48
4-3-2 1500 公尺航高空載重力	49
4-4 NGDC 船測重力	51
4-5 測高重力資料	52
第五章 近岸船載重力測量	54
5-1 船載重力測量介紹	54
5-1-1 精度評估方式	57
5-1-2 施測範圍、儀器及測量船隻介紹	60
5-1-3 施測方法介紹	65
5-2 船載重力測量資料處理	68
5-2-1 GPS 資料處理	68
5-2-2 GPS 動態基線解算	69
5-2-3 重力資料處理	73
5-3 成果及精度分析	79
5-3-1 GPS 動態定位精度分析	79
5-3-2 船測重力成果及精度分析	83
5-4 水深測量	87
第六章 大地起伏及垂線偏差計算成果	93

第七章 GPS 連測成果及高程基準差異求定.....	101
7-1 本島—離島高程連測之 GPS 及水準作業.....	101
7-2 GPS 計算成果.....	103
7-3 大地法連測成果.....	108
7-4 海洋法成果.....	109
7-4-2 POM 模式成果.....	112
7-4-3 海洋法成果比較.....	117
7-5 大地法連測成果與海洋法比較.....	117
第八章 結論與建議.....	119
8-1 結論.....	119
8-2 建議.....	120
參考文獻.....	122
附錄一、審查意見辦理情形.....	126
附錄二、重力觀測紀錄表.....	131
附錄三、儀器校正報告.....	132
附錄四、調和分析方法.....	136

圖目錄

圖 2-1 潮位站周圍之幾何關係圖	18
圖 2-2 本島與離島高程之參考系統	19
圖 3-1 基隆、綠島及蘭嶼潮位站地理位置圖	34
圖 3-2 (a)基隆(c)綠島(e)蘭嶼周期 8.85 年平衡潮逐時潮位圖，(b)基隆 (d)綠島(f)蘭嶼周期 18.6 年平衡潮逐時潮位圖。	40
圖 4-1 本島重力點位資料 (a)中研院於 1980 至 1987 年施測之 603 個 重力觀測點(第一組資料)分布圖 (b)中國測量學會於 1986 至 1988 年施測之 276 個重力觀測點(第二組資料)分布圖 (c)中國測 量學會於 1997 至 1999 年施測之 747 個重力觀測點(第三組資料) 分布圖 (d)內政部於 2000 至 2001 年施測之 1010 個重力觀測點 (第四組資料)分布圖 (e)內政部於 2002 至 2003 年施測之一等二 級重力觀測點(第五組資料)分布圖(篩選後 1092 點) (f)內政部於 2008 年公告之 4364 點重力點。	44
圖 4-2 離島重力點位資料 (a)金門 (b)馬祖 (c)澎湖 (d)小琉球 (e)綠 島 (f)蘭嶼	45
圖 4-3 (a)Hsu 船測重力資料(b)台大船載重力資料	47
圖 4-4 5000 公尺航高空載重力	49
圖 4-5 1500 公尺航高空載重力	50

圖 4-6 NGDC 船測資料.....	51
圖 4-7 NCTUM 之 2'×2'重力異常.....	53
圖 5-1 航線系統誤差量偏差值(bias)與漂移值(drift)示意圖.....	57
圖 5-2 船載重力實測點與內插點示意圖.....	58
圖 5-4 L&R Air-Sea Gravity System II 重力儀.....	61
圖 5-5 ZLS Dynamic Gravity Meter.....	61
圖 5-5 金龍資 39 號測量船隻照片.....	62
圖 5-6 大發 168 號測量船隻照片.....	64
圖 5-7 重力值參考高度示意圖.....	66
圖 5-8 重力參考點位分佈圖 (a)綠島測區 (b)蘭嶼測區.....	66
圖 5-9 重力參考基點設置圖.....	67
圖 5-10 Bernese 5.0 處理 GPS 動態基線之流程.....	72
圖 5-11 單條航線輸出資料.....	76
圖 5-12 五個測區 OVERLAP 坐標定位成果.....	81
圖 5-13 交叉點平差後軌跡重力異常.....	85
圖 5-14 交叉點重力異常差異值的空間分佈.....	86
圖 5-14 水深測量流程圖.....	87
圖 5-15 Kongsberg EA400P 雙頻單音束測深機.....	88
圖 5-16 Bar Check 檢核情形.....	89

圖 5-17 潮位站設置圖_綠島測區與蘭嶼測區	90
圖 5-18 測船姿態變化圖	91
圖 5-19 水深測量地形圖_綠島與蘭嶼測區	92
圖 6-1 台灣新大地起伏網格	94
圖 6-2 大地起伏檢核路線分佈圖。圖中圓形、星形、三角形、方形黑 點分別代表北、中、南、東檢測路線。底圖代表地形。	96
圖 6-3 布格重力異常網格模型	98
圖 6-4 台灣垂線偏差圖 (a)南北方向 (b)東西方向 單位：秒.....	99
圖 6-5 天文觀測點分佈圖	100
圖 7-1 GPS 觀測點位置圖.....	102
圖 7-2 連測點 GPS 觀測臨時點位置圖 (a)TG01-A (b)LC01-A (c)LD01-A (d)LY02.....	107
圖 7-3 累積計算至第 10 年年平均海面地形(Jan et al., 2006).....	110
圖 7-4 累積計算至第 10 年每月海面地形(Jan et al., 2006).....	111
圖 7-5 巢狀模式系統.....	112
圖 7-6 數值模式與人造衛星的 SST 相關係數.....	114
圖 7-7 (a)模式模擬之海流 (0~300m) 分布圖 Liang et al. (2003)由船 碇式都卜勒流剖儀所得之結果(b).....	115
圖 7-8 POM 模式海面地形	116

表目錄

表 1-1 文獻整理	11
表 1-2 若干國家的高程基準	13
表 3-1 基隆、綠島及蘭嶼潮位站位置等資訊一覽表(中央氣象局) ...	34
表 3-2 基隆、綠島及蘭嶼潮位站異動一覽表(中央氣象局)	35
表 3-3 本案已收集基隆、綠島及蘭嶼潮位資料時間段一覽表	35
表 3-4 各潮位站之 Pope τ 統計測試成果及平均海水面	41
表 5-1 金龍資 39 號船體諸元表	63
表 5-2 大發 168 號船體諸元表	63
表 5-3 Bernese 5.0 使用者輸入之檔案	68
表 5-4 CODE 和 IGS 軌道之精度比較表	69
表 5-5 五個觀測時段之重疊時間	79
表 5-6 重疊時段內坐標成果差異量 RMS 值(單位:m).....	82
表 5-7 綠島測區重力異常之交叉點分析(單位:mgal)	84
表 5-8 蘭嶼測區重力異常之交叉點分析(單位:mgal)	84
表 6-1 長波長大地起伏模式精度評估 (單位：公尺)	93
表 6-2 各點之點號、點名及種類對照表(皆為一等一級水準點)	95
表 6-3 最新大地起伏精度分析結果(unit： meter)	96
表 6-4 天文觀測點檢核垂線偏差的值(單位：秒)	100

表 7-1 GPS 觀測各點使用儀器及天線盤之型號.....	101
表 7-2 96 年基隆測站解算出結果 X,Y,Z 轉換 TWD97 投影坐標	104
表 7-3 96 年小琉球測站解算出結果 X,Y,Z 轉換 TWD97 投影坐標 .	104
表 7-4 96 年綠島測站解算出結果 X,Y,Z 轉換 TWD97 投影坐標	105
表 7-5 96 年蘭嶼測站解算出結果 X,Y,Z 轉換 TWD97 投影坐標	105
表 7-6 96 年富岡測站解算出結果 X,Y,Z 轉換 TWD97 投影坐標	106
表 7-7 GPS 觀測點與連測點 GPS 觀測臨時點點之水準測量數據 ...	106
表 7-8 高程連結成果	109

第一章 前言與文獻回顧

1-1 前言

高程基準 (vertical datum) 是陸地上高程測量的依據，理論上可用大地水準面或是橢球面為基準，實際上可用單個潮位站上的長期平均海面，也可以用多個潮位站之平均海水面 (Rapp and Balasubramanis, 1992). 因決定絕對大地起伏面是困難的，故實際上一般取潮位站定義之平均海水面作高程基準（或是零高程點）。用此方法定義之該參考面會被垂直地殼變動和在此潮位站平均海水面變化所影響。高程基準系統與下列課題相關（Heck and Rummel, 1990; Rapp and Balasubramania, 1992）：

1. 用一致性的高程基準，才能比較由大地測量法與海洋法所決定之長距離海面坡度（sea surface slope）。
2. 不同高程基準帶會引起重力異常資料庫之系統誤差。
3. 衛星測高任務之測高儀率定時，需要全球統一之高程基準。
4. 不同的時間和空間尺度海水面變化監測需要一個全國唯一、且一致性之高程基準。
5. 國家製圖需統一之高程基準。
6. 工程應用時，平均海水面與高程基準之等位面之關係必須清楚。

內政部於 90 年、92 年完成台灣本島一等一級、一等二級水準測量，復於 93 年完成澎湖、金門、馬祖、小琉球、蘭嶼、綠島等離島一等水準測量。台灣本島水準測量成果係以基隆潮位站平均海水面為高程起算點，構成 2001 台灣地區高程基準(TWVD2001)。各離島之高程基準則因海域的阻隔，未能採用台灣本島之 TWVD2001 高程基準，而係以各離島潮位站觀測推算之平均海水面作為高程起算點，因此目前各島均為各自獨立之區域性高程系統成果。若能完成台灣本島與各離島高程連測，則可得將全國水準網均歸算到 TWVD2001。

本案宗旨即為連結台灣本島與蘭嶼、綠島之間高程系統及分析連結精度。本案將收集潮位資料、重力資料、GPS 測量資料、海洋等多種資料，辦理台灣本島與蘭嶼、綠島高程基準連測作業。

1-2 文獻回顧

高程基準的求定影響了大地測量的結果的定義。這是大地測量最重要的問題之一。對於像是幅員廣大的國家(例如美國)，或是國土被海洋隔開的國家，就會發生高程基準不一致的問題。有很多方法可以求定基準不一致的情形，許多國家用了不同方法進行了高程基準連結的計畫，吾人選擇了列出幾篇具有代表性的論文或報告，詳述如下，並整理如表 1-1。

表 1-1 文獻整理

連結案例	方法	精度
Heck and Rummel (1990)	大地法與海洋法	並未提到
Pan and Sjoberg (1998)	大地法	可達 6 公分
European vertical reference Frame 2000 (EVRF2000)	大地法	並未提到
Jekeli (2000)	大地法	並未提到
Featherstone (2000)	大地法	並未提到
Arabelos and Tscherning (2001)	大地法	可達 6 公分
莫志明等人 (2004)	大地法	並未提到
Ihde and Sanchez (2005)	大地法	並未提到
Bursa et al. (2007)	大地法	並未提到

1. Heck and Rummel (1990)，利用四種方法求定高程基準，分別是(1)海洋法(2)衛星測高結合地轉流(3)重力測量結合水準測量(4)求定大地邊界值
2. Pan and Sjoberg (1998)，利用 35 個潮位站及地表的重力資料來連結波羅的海周圍國家的高程基準，精度可達 6 公分。
3. Bursa et al. (2007)，利用 T/P 測高衛星資料與 EGM96 重力模型來求定 W0(全球高程參考系統)，並求出 W0 與各地區高程基準的差異。
4. Jekeli (2000)，回顧高程與高程基準的基本定義，並詳細討論如何求定當地高程基準面

5. Ihde and Sanchez (2005)，討論利用潮位站資料、衛星測高以及重力資料以建立全球的高程參考系統。
6. Featherstone (2000)，求定澳洲的大地起伏模型 AUSGeoid98 並利用此大地起伏模型與 1013 筆高程資料，加上潮位站的資料來連結澳洲跟幾個島嶼間的高程基準。
7. Arabelos and Tscherning (2001)，研究中提到，利用 GOCE 衛星任務可得到一個用來連接高程基準的全球大地起伏模型，並利用此大地起伏模型求定阿姆斯特丹與紐約的高程基準差異，精度可達 6 公分。
8. European vertical reference Frame 2000 (EVRF 2000)，這是歐盟與國際大地測量學會 (IAG) 其中的工作團隊所定出的一個高程基準，利用下列三點定出 EVRF2000:(1)高程原點設在荷蘭的 NAP (Normaal Amsterdams Peil)，(2)NAP 的等位面，(3)UELN 的高程平差網。
9. 莫志明等人 (2004)，研究中國大陸與香港間之高程基準差異，其結論為青島和香港間之高程基準差異為 0.44 公尺
10. 國際大地測量學會 (IAG) 也鼓勵全球高程基準之連結，
(<http://www-ceg.eng.ohio-state.edu/~cjekeli/vertical.html>)
11. 表 1-2 為若干國家的高程基準及原點。以美國為例，它的高

程基準為 NGVD29 (National Geodetic Vertical Datum 1929 , <http://www.ngs.noaa.gov/TOOLS/Vertcon/vertcon.html>), 為 1929 年時取 21 個美國境內的潮位站和 5 個在加拿大境內的潮位站之平均海水面的平均值來確定, 1973 修正過一次, 目前其境內所用的高程基準 NAVD88 為 1988 年設置。又中國大陸則是於 1956 年, 取青島潮位站 1950~1956 年的平均海面做為國家統一的基準, 稱為為 1956 黃海高程基準; 1987 年決定採用新的高程基準, 他採用 1952~1979 年的資料, 對青島潮位站重新進行計算, 取 19 年為一週期共 10 組資料之平均值, 稱為 1985 國家高程基準(胡明城、魯福, 1994)。

表 1-2 若干國家的高程基準

國家	高程基準	原點
Australia	Australian Height Datum AHD(71), also AHD Tasmanian datum; http://www.auslig.gov.au/geodesy/datums/ahd.htm	Johnston Geodetic Station H=566.30 m Australian Geodetic Datum (AGD) 1966: =25 ° 56' 54.5515" S =133 ° 12' 30.0771" E (datum

		constrained to 30 tide gauges around the coast)
Austria	Adriatic Sea	Pegel Triest/1875 (in Italy) =45 ° 41' N =13 ° 50' E
Canada	Canadian Geodetic Vertical Datum of 1928 (CGVD 1928)	constrained to 4 tide gauges on East coast and 2 tide gauges on West coast
China	National Height Datum of 1985	Qingdao tide gauge station
Czech Republic	Height System Balt after Adjustment (normal heights)	Kronshtadt
Denmark	DVR90	G.M.902 H=5.5700 m =56.15724277 °N =10.21235152 °E
Estonia	BHS 77 (The Normal Baltic Height System)	Kronstadt Tide Gauge Station 1825 - 1840 (epoch 1832.5)
Finland	N60 Orthometric heights, classical geoid, tidal	Helsinki tide gauge; mean sea

	correcion to the mean geoid. Heights are reduced to the epoch 1960.0 using uplift values computed from repeated precise leveling.	level 1960.0 =60.154° N = 24.957° E
Germany	related to Normaals Amsterdam Piel (NAP)	3614-00005 (Wallenhorst) H=94.45127 m =52 ° 20'59" N =8 ° 0'55" E
Hungary	Uniform National Height System (EOMA 1980)	Nadap H=173.1638 m (above Baltic Sea level)
Ireland	"Malin Head" Vertical Datum	Malin Head Fundamental Bench Mark
Italy	Genova 1942	Genova Tide Gauge =44 ° 24' 42" N =8 ° 55' 28" E
Japan	Mean Sea Level of Tokyo bay (normal orthometric heights soon to be replaced by Helmert orthometric heights)	Japanese Vertical Datum Bench Mark H=24.4140 m Tokyo Datum: =35 ° 40' 28" N =139 ° 45' 3"

		E
Luxembourg	Nivellement Général du Luxembourg (NG95)	Normaals Amsterdam Piel (network attached by adjustment to German network)
Norway	NN1954	D40N0055, Tregde H=11.2047 m EUREF89: =58 °00' 25.468" N =7 °33' 18.508" E N=40.936 m
Poland	Kronstadt 1986	tide gauge at Kronstadt
Portugal	Cascais 1938	=38 °41' 20" N =9 °24' 50" W
Slovenia	Slovenian Vertical Network (1875)	Molo Sartorio (Trieste) H=3.352 m =45 °38' 50.5" N =13 °45' 30.5" E
South Africa	South African Land Leveling	Cape Town

		<p>Harbour (BM 1) H=3.5897 m Hartebeesthoek94 (WGS84): =33 ° 54' 24.32" S =18 ° 25' 10.68" E</p>
Switzerland	National Height System 1902 (LN02)	<p>Repère Pierre du Niton (RPN), Geneva, derived from the tide gauge in Marseilles (France) H= 373.600 m =46.2051317 ° N =6.1549370 ° E</p>
USA	North American Vertical Datum of 1988 (NAVD88)	<p>Father Point (Pointe-au-Père) Rimouski, Québec =48 ° 28' N =291° 31' E</p>

第二章 連測方法

2-1 連測原理

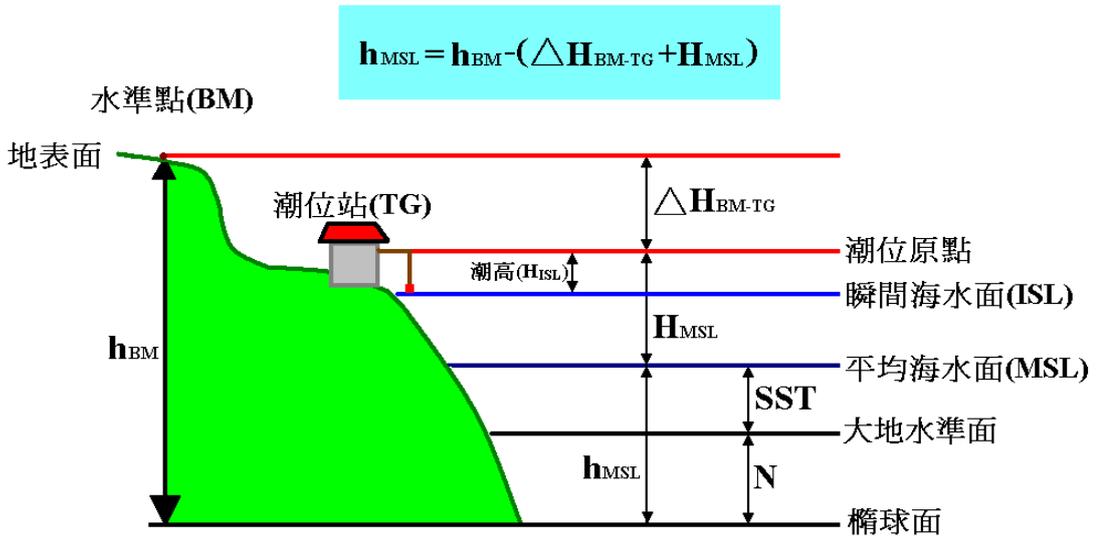


圖 2-1 潮位站周圍之幾何關係圖

圖 2-1 表達台灣潮位站附近之重要參數之幾何關係。其中 BM 為連測水準點，其正高自當地平均海水面起算，即 $H_{BM} = \Delta H_{BM-TG} + H_{MSL}$ ，其中 ΔH_{BM-TG} 為 BM 與潮位參考點(原點)之高差， H_{MSL} 為潮位原點與平均海水面之高差(本量由潮位資料計算而得)。平均海水面與橢球面之差值(h_{MSL})可由 BM 點之橢球高(h_{BM} ，由 GPS 實測而得)、 H_{MSL} 及 ΔH_{BM-TG} 求得，即 $h_{MSL} = h_{BM} - (\Delta H_{BM-TG} + H_{MSL}) = (N + \delta N) + SST$ 。大地起伏(N)可由重力資料求得，而海面地形(SST)以 h_{MSL} 及 N 求得，即 $SST = h_{MSL} - N$ ，SST 之幾何定義為自大地水準面起算之平均海水面高度(反重力方向為正)。

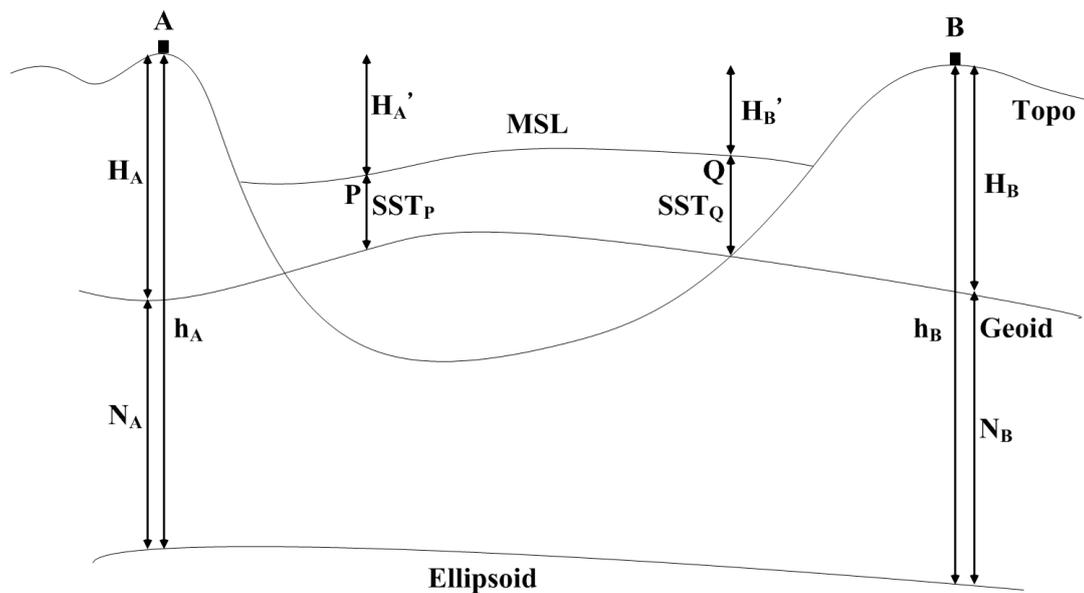


圖 2-2 本島與離島高程之參考系統

有許多的方法可決定高程基準差異，見 Heck and Rummel (1990) 和 Rapp and Balasubramanis (1992) 的文獻回顧。這些方法可分為兩類：第一類方法基於大地測量的理論，第二類方法基於海洋學的理論。第一類方法需要重力資料和空間定位科技（如 GPS），第二類方法則需要不同深度面的海洋資料。

高程基準之問題如圖 2-2 所示。圖 2-2 中，A、B 兩點為本島、離島之連測站，A 為本島之水準點（即基隆），B 為離島之水準點，P 點為鄰近 A 點之潮位站刻畫 MSL 之點位，Q 點為鄰近 B 點之潮位站刻畫 MSL 之點位，Ellipsoid 為橢球面，Geoid 為大地水準面，MSL 為平均海水面。 H_A, H_B 為大地水準面起算至 A、B 兩點之正高； h_A, h_B 為

橢球面起算至 A、B 兩點幾何高高程； N_A, N_B 則為 A、B 兩點起算之大地起伏值。 SST_P 為 P 點起算之海面地形（平均海水面至大地水準面之高程）， SST_Q 為 Q 點起算之海面地形。由圖 2-2 所示，A、B 兩點之正高高差可由下式表達

$$\Delta H_{AB} = (h_B - h_A) - (N_B - N_A) \quad (2-1)$$

則 B 點之正高可由下式求得：

$$H_B = H_A + \Delta H_{AB} \quad (2-2)$$

(2-1) 式中 h_A, h_B 可由衛星 (GPS) 方法求得，而 N_A, N_B 則可由重力方法求得，這相當於使用 GPS 和重力方法決定一長距離之高程差異。在本案中，因兩個水準點為海所區隔，所以我們稱之為跨海水準。在大地測量法定海面地形時，海面地形差異計算如下：

$$\Delta SST_{PQ} = (h_Q - N_Q) - (h_P - N_P) = SST_Q - SST_P \quad (2-3)$$

ΔSST_{PQ} 即為本島與離島之高程基準差異。在本法中， h_P and h_Q 為 P 點和 Q 點之平均海水面橢球高，可利用鄰近點位以 GPS 量測橢球高，及直接水準引測至 P 和 Q 點上。在本案中，我們將使用潮位資料計算在至 P 和 Q 點的平均海水面在圖 2-2 中，A 和 B 點之正高以 P 和 Q 點定義之平均海水面起算，而 P 和 Q 間之海面地形值差異即為高程基準差異，因此，本案的目的有二：

1.利用大地測量法，直接以 GPS 及大地起伏求取本島之一水準點（亦為水準原點）與離島之一水準點之正高差，而將本島之高程 (at A)引到離島 (at B)。在離島地區高程網平差中，可固定 B 點的正高，則離島地區之高程系統將自動與本島之高程系統 (TWVD2001)一致。

2.利用大地測量法和海洋動力法，求基隆潮位站與離島潮位站定義平均海水面之海面地形差異。這將用於決定高程基準差異，及判斷離島是否將使用二個高程基準。例如，當本島與離島高程基準差異超過 50 公分時，則在製圖或工程應用時，建議使用離島高程基準，而且必須建立離島和本島 (TWVD2001) 間的高程轉換程序。

下面章節將針對本案相關方法及資料做一說明。

2-2 大地測量法與大地起伏

本案採用的大地起伏計算方法為去除回覆法 (remove-restore techniques)，並採用最小二乘配置法 (Least Squares Collocation, LSC) 計算殘餘大地起伏。依去除回覆法的原理，可將大地起伏 N 分為參考場大地起伏 N_{ref} 、殘餘大地起伏 N_{res} 與剩餘地形模型大地起伏 N_{rm} ，如 2-4 式

$$N = N_{ref} + N_{res} + N_{rm} \quad (2-4)$$

殘餘重力異常 Δg_{res} 可利用下式求得

$$\Delta g_{res} = \Delta g - \Delta g_{ref} - \Delta g_{rm} \quad (2-5)$$

其中 Δg 為重力點的重力異常、 Δg_{ref} 為重力點參考場重力異常、 Δg_{rm} 為重力點剩餘地形模型重力異常。在計算參考場重力異常與大地起伏的部分，目前交大採用最新的 EGM08 係數，配合球諧係數展開式展開至 2160 階計算之，解析度可到 5'x5'。在剩餘地形模型(RTM)方面，大地起伏與重力異常計算將用 FFT(Fast Fourier Transform)，配合農林航測所 3 秒解析度數值地形模型計算之。計算得參考場與剩餘地形模型重力異常之後，可獲得殘餘重力異常。利用 LSC 公式，搭配 Tscherning-Rapp 協變方模型計算殘餘大地起伏 N_{res} ，公式如下所示

$$N_{res} = \left(C_{n\Delta g^0} \right) \left(C_{\Delta g^0} + D_{\Delta g}^0 \right)^{-1} \left(\Delta g_{res}^0 \right) \quad (2-6)$$

其中 Δg_{res}^0 ：高度 0 公尺的殘餘重力異常。

$C_{\Delta g^0}$ ：地面重力異常與地面重力異常之間的協變方矩陣。

$C_{n\Delta g^0}$ ：大地起伏與地面重力異常之間的協變方矩陣。

$D_{\Delta g}^0$ ：地面重力異常的雜訊。

若將空載重力加入計算，則公式變為

$$N_{res} = \begin{pmatrix} C_{n\Delta g^0} & C_{n\Delta g^{5000}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{\Delta g^0} + D_{\Delta g}^0 & C_{\Delta g^0\Delta g^{5000}} \\ C_{\Delta g^{5000}\Delta g^0} & C_{\Delta g^{5000}} + D_{\Delta g}^{5000} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta g_{res}^0 \\ \Delta g_{res}^{5000} \end{pmatrix} \quad (2-7)$$

其中

Δg_{res}^0 ：高度 0 公尺的殘餘重力異常。

Δg_{res}^{5000} ：高度 5000 公尺的殘餘重力異常。

$C_{\Delta g^0}$ ：地面重力異常與地面重力異常之間的協變方矩陣。

$C_{\Delta g^{5000}}$ ：空中重力異常與空中重力異常之間的協變方矩陣。

$C_{\Delta g^0\Delta g^{5000}}$ ：地面重力異常與空中重力異常之間的協變方矩陣。

$C_{\Delta g^{5000}\Delta g^0}$ ：空中重力異常與地面重力異常之間的協變方矩陣。

$C_{n\Delta g^0}$ ：大地起伏與地面重力異常之間的協變方矩陣。

$C_{n\Delta g^{5000}}$ ：大地起伏與空中重力異常之間的協變方矩陣。

$D_{\Delta g}^0$ ：地面重力異常的雜訊。

$D_{\Delta g}^{5000}$ ：空中重力異常的雜訊。

將計算得的 N_{res} ，加上 N_{ref} 和 N_{rtm} ，最後得到一 quasi-geoid，quasi-geoid

與 geoid 之間的差別為，

$$N_{geoid} \approx N_{quasi-geoid} - \frac{2\pi G\rho}{\gamma} H^2 \quad (2-8)$$

G 為萬有引力常數， ρ 為地層密度，H 為正高。利用(2-8)式，可得到

最後的大地起伏模型。

2-3 海洋動力法

現代的海洋動力學，一般是依據流體力學中，描述海水粒子在一個旋轉框架(rotating framework)中受力後加速度的狀態，依此建立動量方程式(Momentum Equations)，並根據海洋流體質量守恆(Mass Conservation)、能量守恆(Energy Conservation)、流體靜力方程(Hydrostatic Equation)等原理，建立三維動力海洋模式來模擬真實的海洋現象。

在海洋動力學中，平均海水面與大地水準面並不一致，其差異主要是因為大洋流(地轉流)、海水密度變化和海底地形特徵所引起的，此外還有一些隨時間變化的海洋動力現象所引起的附加差異，總和的差異量即為海面地形(SST)，SST 可以從海洋動力模式中求得：

$$\zeta = \frac{P}{\rho_0 g_0} \quad (2-9)$$

式中 P 為靜態平衡壓力， ζ 為 SST (ζ)， ρ_0 為平均海水密度 (約 1.03 g/cm^3)， g_0 為海面重力 (約 9.8 m/s^2)。

由於海洋動力模式通常使用完整的三維方程式，需同時求解三度空間的動量、溫度、鹽度、狀態及連續方程式，所涉及的變數相當多，需要複雜的資料及計算，雖然近年來計算機的速度不斷地增快，水深、風場、鹽溫等海洋資料的空間解析度及精度也不斷地提升，但仍有其限制。因此全球各海洋研究單位針對其需求與目的，基於資料的

解析度及精度，分別對於海洋動力模式中的各項方程式或資料有不同的假設，或發展出自己的方程式或模式，也因此全球目前有許多海洋動力模式可供計算使用，如國內中央大學水文所的 DUPOM(Duo Grid Pacific Ocean Model)、美國普林斯頓大學的 POM(Princeton Ocean Model)、美國國家海洋合作計畫所開發的 ECCO(Estimating the Circulation and Climate of the Ocean)...等。

本案嘗試計算多年(至少二年以上)之月平均(24 筆以上)海面地形(SST)，再計算長期 SST 平均差異值，以求得兩連測站之 SST 差值，並將海洋動力模式及大地法所獲得的結果進行分析比較。在此就 POM 海洋動力模式之基本方程及求解模式進行簡介，國際上較為人使用。

2-3-1 DUPOM 模式

DUPOM 是中央大學水文所最新開發之海洋模式 (Jan et al., 2006)，Jan et al.(2006)參考 DieCAST(Dietrich Center for Air Sea Technology)海洋模式(Dietrich and Kao, 1994)，自行發展 DUPOM 模式，其基本方程(Governing Equations)如下所示；

(1)質量守恆(Conservation of Mass)

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (2-10)$$

式中； $V=(u,v,w)$ 為速度向量

u, v, w 分別為 x, y, z (x 為東西方向, y 為南北方向, z 垂直) 方向之速度。

(2) 水平動量方程式(Horizontal Momentum Equations)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla_u \cdot V + fv - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nabla_h \cdot A_h \nabla_h u + \frac{\partial}{\partial z} (A_v \frac{\partial u}{\partial z}) \quad (2-11)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\nabla_v \cdot V - fu - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nabla_h \cdot A_h \nabla_h v + \frac{\partial}{\partial z} (A_v \frac{\partial v}{\partial z}) \quad (2-12)$$

式中； t ：時間

$f=2\omega \sin \phi$ ：科氏力參數(Coriolis Parameter)

ϕ ：緯度

ρ_0 ：平均密度(Mean Density)

p ：壓力(Pressure)

A_h 、 A_v ：分別為水平方向及垂直方向之渦動黏滯性 (Eddy Viscosity)， $A_h=10 \text{ m}^2/\text{s}$ 。

(3) 純量守恆 Conservation of Scalar

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\nabla \cdot SV + \nabla_h \cdot K_h \nabla_h S + \frac{\partial}{\partial z} (K_v \frac{\partial S}{\partial z}) \quad (2-13)$$

式中； S ：鹽度(Salinity)

K_h 、 K_v ：分為水平方向及垂直方向之渦動擴散性(Eddy Diffusivity)， $K_h=10 \text{ m}^2/\text{s}$ 。

(4) 流体靜力方程式(Hydrostatic Equation)

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -(\rho - \bar{\rho})g \quad (2-14)$$

式中； $\bar{\rho}$ ：深度 z 之水平方向平均密度

g ：重力加速度。

(5)狀態方程式(Equation of State)

$$\rho = \rho(S, T) \quad (2-15)$$

式中； T ：位勢溫度(Potential Temperature)

S ：鹽度。

此模式適用於北太平洋(North Pacific Ocean)，空間解析度為 $1/4^\circ \times 1/4^\circ$ 其垂直層共 26 層，模式所需之海深資料為 ETOPO2 海深資料庫及台灣國家海洋科學研究中心(National Center for Ocean Research, NCOR)海深資料庫所組成，模式之空間解析度於東亞海(East Asian Seas)採較精細之 $1/8^\circ \times 1/8^\circ$ ，並以 Levitus 氣候學(Climatology)資料(內含溫度及鹽度資料)及 Hellerman 風應力(Wind Stress)來驅動模式。

2-3-2 POM 模式

我們利用一個巢狀的三維原始方程式數值海洋模式系統來探討臺灣東岸海面地形 (SST) 之時間變化，此海洋動力數值模式系統包含了兩個模式，一為大範圍但解析度較粗的北太平洋模式 (North Pacific Ocean Model, NPO Model)，另一為解析度較佳的東亞邊緣海模式 (East Asian Marginal Seas Model, EAMS Model)。兩模式都是以普林斯頓海洋模式 (Princeton Ocean Model, POM；詳細介紹可參照 Mellor, 2004) 為基礎發展而成的，此模式在垂直方向採用 sigma 座標，具有格點在垂直方向連續的特性。

POM 模式是美國普林斯頓大學所發展的三維動力海洋模式系統，自 1970 年代開始發展以來，歷經多位學者專家共同合作研發改進後，現階段它已經成為全世界最多國家(70 國)且最多海洋數值模式學者(超過 2100 人)使用的三維海洋動力模式。其基本方程如下所示，下列之方程式均為 σ 坐標轉換後之形式：

(1) 連續方程式 (Continuity Equation)

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial DU}{\partial x} + \frac{\partial DV}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} = 0 \quad (2-16)$$

式中 $\sigma = \frac{z - \eta}{H + \eta}$ ：垂直坐標軸， $-1 < \sigma < 0$ ；

H 為海底地形深度(向下為正)

η 為海面高度 SST(向上為正)

z 為水深(向上為正)

(當 $z = \eta$ 時, $\sigma = 0$; 當 $z = -H$ 時, $\sigma = -1$)

D : 總水深($H + \eta$)

U, V : 水平方向之速度

ω : 垂直 σ 坐標面之垂直速度

(2) 水平動量方程式(Momentum Equation)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial UD}{\partial t} + \frac{\partial U^2 D}{\partial x} + \frac{\partial UV D}{\partial y} + \frac{\partial U \omega}{\partial \sigma} - fVD + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ & = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{K_M}{D} \frac{\partial U}{\partial \sigma} \right] - \frac{gD^2}{\rho_0} \int_{\sigma}^0 \left[\frac{\partial \rho'}{\partial x} - \frac{\sigma'}{D} \frac{\partial D}{\partial x} \frac{\partial \rho'}{\partial \sigma'} \right] d\sigma' + F_x \end{aligned} \quad (2-17)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial VD}{\partial t} + \frac{\partial UV D}{\partial x} + \frac{\partial V^2 D}{\partial y} + \frac{\partial V \omega}{\partial \sigma} + fUD + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ & = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{K_M}{D} \frac{\partial V}{\partial \sigma} \right] - \frac{gD^2}{\rho_0} \int_{\sigma}^0 \left[\frac{\partial \rho'}{\partial y} - \frac{\sigma'}{D} \frac{\partial D}{\partial y} \frac{\partial \rho'}{\partial \sigma'} \right] d\sigma' + F_y \end{aligned} \quad (2-18)$$

式中 f : 科氏力參數

g : 重力加速度

ρ_0 : 參考密度

ρ' : $\rho - \rho_{mean}$

ρ_{mean} 是在 z 坐標下之面平均密度, 即只隨 z 改變;

(此 ρ' 之作用在於減少壓力梯度誤差)

K_M : 垂直的動黏滯係數

F_x, F_y : 水平之黏滯項

(3) 狀態方程式(Equation of State)

$$\rho = \rho(T, S) \quad (219)$$

式中 ρ : 位密度(Potential Density)

T : 位勢溫度(Potential Temperature)

S : 鹽度

(4) 流体靜力方程式(Hydrostatic Equation)

$$\rho g D = -\frac{\partial p}{\partial \sigma} \quad (2-20)$$

式中 p : 壓力

(5) 溫度守恆方程式(Conservation Equation of Temperature)

$$\frac{\partial TD}{\partial t} + \frac{\partial TUD}{\partial x} + \frac{\partial TVD}{\partial y} + \frac{\partial T\omega}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{K_H}{D} \frac{\partial T}{\partial \sigma} \right] + F_T - \frac{\partial R}{\partial z} \quad (2-21)$$

式中 K_H : 垂直的擴散係數

R : 短波輻射通量(Short Wave Radiation Flux)

(6) 鹽度守恆方程式(Conservation Equation of Salinity)

$$\frac{\partial SD}{\partial t} + \frac{\partial SUD}{\partial x} + \frac{\partial SVD}{\partial y} + \frac{\partial T\omega}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{K_H}{D} \frac{\partial S}{\partial \sigma} \right] + F_S \quad (2-22)$$

(7) 紊流動能方程式(Turbulence Kinetic Energy Equation)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial q^2 D}{\partial t} + \frac{\partial U q^2 D}{\partial x} + \frac{\partial V q^2 D}{\partial y} + \frac{\partial \omega q^2}{\partial \sigma} \\ & = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{K_q}{D} \frac{\partial q^2}{\partial \sigma} \right] + \frac{2K_M}{D} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial \sigma} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial \sigma} \right)^2 \right] + \frac{2g}{\rho_0} K_H \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} - \frac{2Dq^3}{B_1 l} + F_q \end{aligned} \quad (2-23)$$

式中 $\frac{q^2}{2}$: 紊流動能

l : 紊流尺度

K_q : 垂直的紊流擴散係數

B_1 : 經驗常數

(8) 紊流尺度方程式(Turbulence Length Scale Equation)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial q^2 l D}{\partial t} + \frac{\partial U q^2 l D}{\partial x} + \frac{\partial V q^2 l D}{\partial y} + \frac{\partial \omega q^2 l}{\partial \sigma} \\ & = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{K_q}{D} \frac{\partial q^2 l}{\partial \sigma} \right] + E_1 l \left\{ \frac{K_M}{D} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial \sigma} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial \sigma} \right)^2 \right] + E_3 \frac{g}{\rho_0} K_H \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \right\} \tilde{W} - \frac{Dq^3}{B_1} + F_l \end{aligned} \quad (2-24)$$

式中 \tilde{W} : wall proximity function

R : 短波輻射通量(Short Wave Radiation Flux)

E_1, E_3 : 經驗常數

F_T, F_S, F_q, F_l : 水平之擴散項

此模式在南中國海(South China Sea)空間解析度為 $1/16^\circ \times 1/16^\circ$ ，在臺灣海峽(Taiwan Strait)此模式之空間解析度可提升至 3~10km，其垂直方向分為 26 層，在表面數層及底部數層可採用較高之解析度，本模式之初始條件可採用較大範圍之東亞邊緣海(East Asian Marginal Seas, EAMS)(Wu and Hsin, 2005)模式的輸出結果，本模式之邊界條件亦可採用 EAMS 模式，以單向巢狀箱合之方式提供每日之溫度、鹽度、速度等資料，並使用 AVHRR(Advanced Very High Resolution Radiometer)的海表面溫度。模式積分時所受之表面外力為風應力(wind stress)，可使用 QuickSCAT/NCEP 混合衛星風場資料，提供模式計算時所需之表面外力。

第三章 潮位資料蒐集與平均海水面分析

3-1 潮位資料

依據中央氣象局網站 (<http://www.cwb.gov.tw/V4/index.htm>) 公佈之海象觀測資訊得知基隆(Keelung)、綠島(Lyudao)及蘭嶼(Lanyu)潮位站，其地理位置分佈如圖 3-1，各潮位站管理單位分屬基隆港務局、水利署及中央氣象局等單位，各潮位站之觀測時間段，受潮位站設置時間不同、更換地點及更換儀器等因素影響，可從數年至數十年之久，吾人將基隆、綠島及蘭嶼潮位站之測站位置等相關資訊整理如表 3-1。基隆、綠島及蘭嶼潮位站之觀測時間等相關資訊整理如表 3-2，基隆潮位站之位置或儀器架設至少更迭 6 次以上，因此於同一測站代碼下，其觀測時間皆未超過 18.6 年。

本案已蒐集、綠島及蘭嶼逐時(hourly)潮位資料如表 3-3，基隆於 2001-2003 年無潮位記錄。綠島 2006 年後半年潮位資料出現異常負值。蘭嶼 1993 年資料斷斷續續，資料品質很差；1994 年無資料；1995、1996、1998、1999 年資料斷斷續續，僅約半年；2000 年資料斷斷續續，約 4 個月，資料品質不佳。

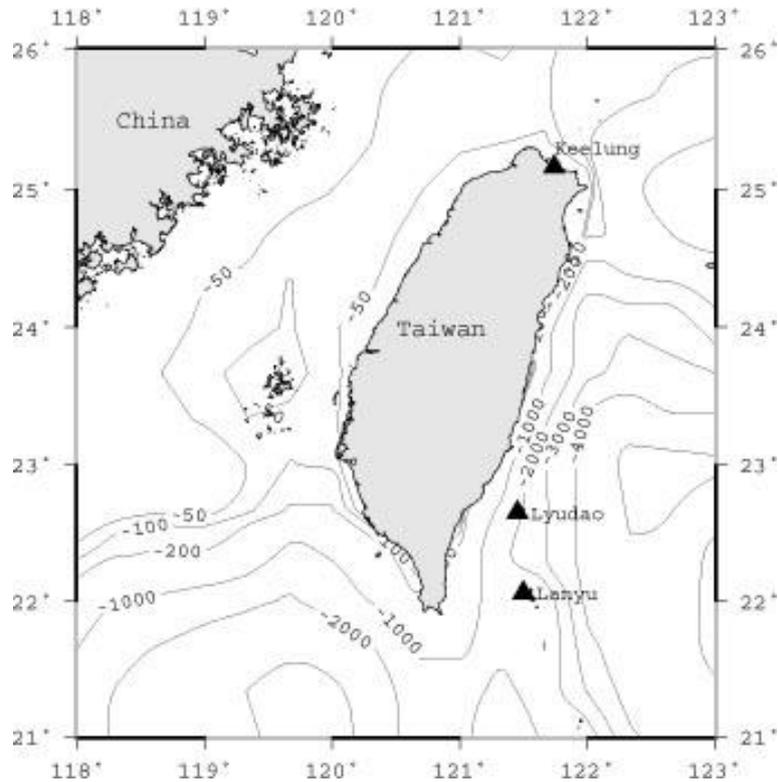


圖 3-1 基隆、綠島及蘭嶼潮位站地理位置圖

表 3-1 基隆、綠島及蘭嶼潮位站位置等資訊一覽表(中央氣象局)

站名	經度	測站位置	所屬單位:	儀器	解析度
	緯度				
基隆	121°44'39" E	基隆市基隆港西	基隆港務局	Aquatrak 4100 series 超音波式	1mm
	25°09'26"N	33 號碼頭			
綠島	121°27'E	臺東縣綠島鄉南	水利署	quatrak 4100 series 超音波式	1mm
	22°39' N	寮漁港北防波堤碼頭			
蘭嶼	121°29'59" E	臺東縣蘭嶼鄉開	中央氣象局	Druck PTX 1830 壓力式	0.1%FS
	22°03'35"N	元漁港			

表 3-2 基隆、綠島及蘭嶼潮位站異動一覽表(中央氣象局)

站名	測站代碼	觀測時間段(月/年)	所屬單位
基隆	1514	3/1946-6/1947	中央氣象局
	1513	6/1947-7/1981	中央氣象局
	1512	5/1946-12/1990	中央氣象局
	1511	1/1991-3/1995	基隆港務局
	151	3/1995-12/2000	基隆港務局
	1516	1/2004-12/2007	基隆港務局
綠島	1676	10/2001-12/2007	水利署
蘭嶼	139	8/1992-9/2007	中央氣象局

表 3-3 本案已收集基隆、綠島及蘭嶼潮位資料時間段一覽表

站名	測站代碼	觀測時間段(月/年)	所屬單位	備考
基隆	1511	1/1991-3/1995	基隆港務局	
	151	3/1995-12/2000		
	1516	1/2004-12/2006		
綠島	1676	10/2001-12/2006	水利署	
蘭嶼	139	1/1993-12/2006	中央氣象局	

3-2 平衡潮理論及調和分析

地球上任一地點，其於任一時刻之平衡潮位能(potential) V_t 可由下式表之(Doodson, 1921, Godin, 1972)：

$$V_t = \sum_i^3 [G_i(\varphi) \sum_{ijklmn}^{-6,+6} A_{ijklmn} \times \cos(iT + js + kh + lp + mN' + np') + G_i'(\varphi) \sum_{ijklmn}^{-6,+6} B_{ijklmn} \times \sin(iT + js + kh + lp + mN' + nP')] \quad (3-1)$$

其中， G_i 及 G_i' 為杜森大地係數(geodetic coefficients of Doodson)， i, j, k, l, m, n 為杜森編碼， A_{ijklmn} 及 B_{ijklmn} 為分潮係數， T 為平太陰時， s 為月亮平黃經， h 為太陽平黃經， p 為月亮近地點平黃經， N' 為負月亮昇交點平黃經， P' 為太陽近地點平黃經。因此；平衡潮位 Z_t^e ：

$$Z_t^e = \frac{V_t}{g} \quad (3-2)$$

其中， g 為重力值。

調和分析 (harmonic analysis) 之原理簡述如次；潮汐為一種周期函數，理論上可將潮位觀測資料分解成無數個不同周期之分潮（分潮數目視潮位觀測資料之取樣間隔及觀測時間長短而定），每一分潮為時間調和函數，因此；任意一時刻之潮位 Z_t (劉文俊、吳文耀，1996)：

$$Z_t = Z_0 + \sum_{i=1}^M f_i A_i \cos[(V_0 + u)_i + \omega_i t - k_i] \quad (3-3)$$

其中， Z_0 為平均海水面(mean sea level)， M 為分潮總數， f_i 為分潮修正係數(factor of reduction)， A_i 為分潮振幅， $(V_0 + u)_i$ 為分潮起始時間

之平衡引數(equilibrium argument)， ω_l 為分潮角速度， k_l 為分潮相位角 (phase angle)， A_l 及 k_l 為分潮調合常數 (harmonic constants)。吾人可藉由最小二乘法(least square adjustment)求解平均海水面，於解算過程中可依瑞利準則 (Rayleigh comparison criterion) 及現有潮位資料時間段長短來決定加入解算之分潮數目，調和分析藉由最小二乘法求解之詳細步驟請參閱 (Foreman, 1977)。

3-3 平均海水面

大地測量對平均海水面之定義為「若於海岸選擇適當地點，長期觀測水位之升降，實施所謂驗潮工作，取得月球之黃交點周期 (約十九年期) 之驗潮結果，求出潮位站處之平均位置」(聯勤測量署, 1978; Gill and Schultz, 2001; Torge, 2001)。美國海洋大氣總署(National Oceanic and Atmospheric Administration, NOAA)取 19 年潮位資料之算數平均值為平均海水面，並將相關平均海水面資料提供給國家大地測量(National Geodetic Survey, NGS)機構，進一步定義出北美高程基準 88(North American Vertical Datum of 1988, NAVD88; Gill and Schultz, 2001)。根據管津霖等(1996)之研究，如潮位站之觀測資料為逐時潮位時間序列，則取一天之逐時觀測值的平均值得日平均海水面，取一個月之逐時觀測值 (或日平均海水面) 平均值得月平均海水面，取一年之逐時觀測值平均值或逐月平均值得年平均海水面，取多年之逐時觀測值平均值或逐年平均值得長期年平均海水面，此舉可消除長周期之

潮汐影響（例如；周期 8.85 年之月球近地點變化及周期 18.6 年之月球黃交點變化），但潮位站資料如果少於 18.6(或 8.85 年)年，可用平衡潮理論求解此量 (Doodson, 1921)。

本案由 (3-1)及 (3-2)式計算周期 8.85 年及 18.6 年平衡潮潮位如圖 3-2 所示，對周期 8.85 年平衡潮而言，基隆於 1997-1998 年及 2006-2007 年，其平衡潮位達最高，約 0.04mm，於 1992-1993 年及 2001-2002 年，其平衡潮位達最低，約-0.04mm；綠島於 2006-2007 年，其平衡潮位達最高，約 0.05mm，於 2001-2002 年，其平衡潮位達最低，約-0.05mm；蘭嶼於 1997-1998 年及 2006-2007 年，其平衡潮位達最高，約 0.05mm，於 2001-2002 年，其平衡潮位達最低，約-0.05mm。對周期 18.6 年平衡潮而言基隆於 1997-1998 年，其平衡潮位達最高，約 4mm，於 2006 年，其平衡潮位達最低，約-4mm；綠島於 2015-2016 年，其平衡潮位達最高，約 5mm，於 2006-2007 年，其平衡潮位達最低，約-5mm；蘭嶼於 1997-1998 年，其平衡潮位達最高，約 5mm，於 2001-2007 年，其平衡潮位達最低，約-5mm。

本案以表 3-3 所列各潮位站之實測潮位資料計算平均海水面，首先以 Pope τ 統計測試剔除異常值(outlier)(Pope, 1976)；

$$\tau = \frac{|V_i|}{\hat{\sigma}_i} > \tau_{\beta;1;n-2} \quad (3-4)$$

其中； V_i 為潮位殘差(residual)、 $\hat{\sigma}_i$ 殘差後驗標準偏差(posterior

standard deviation)、 β 為信心水準(confidence level)，本案採用 95% 信心水準、 n 為潮位數目、 $\tau_{\beta,1;n-2}$ 為臨界值(critical value)，執行統計測試時，如潮位滿足式(3-4)，則為異常值，本案採遞回方式剔除所有異常值，並將各年統計測試結果列於表 3-4 之第三及四欄位，基隆於 1998 年(缺 5-9 月潮位資料)、1999 年(缺 1-5 月潮位資料)及 2005 年(缺 2-6 月潮位資料)實測潮位數目最少(約半年觀測資料)，1997 年及 1999 年被剔除之潮位數目最多(約 40 個)，綠島於 2004 年被剔除之潮位數目最多(6 個)，蘭嶼於 2003 年被剔除之潮位數目最多(16 個)。

吾人將通過 Pope τ 統計測試之潮位資料扣除平衡潮影響，並以式(3-3)採最小二乘法求解得各年之平均海水面分列於表 3-4 之第五欄位，根據表 3-3 吾人得知基隆於 1995 年 3 月至 2000 年 12 月為測站代碼 151 之觀測時間段，而 1998 年、1999 年及 2005 年實測潮位數目最少(約半年觀測資料)，故其平均海水面於此時間段內呈現偏低或偏高之不穩定現象。綠島潮位站從 2002-2006 年都設置於同一地點(測站代碼 1676)，且 2002-2005 年之每年平均海水面變化不大(相差最大值為 3.54cm)，2006 年因只有上半年之資料，故目前其潮位數據呈現明顯高值。

蘭嶼潮位站從 1993-2006 年都設置於同一地點(測站代碼 139)，1995-1999 年之每年年平均海水面較一致，2000 年因儀器損壞，無法提供潮位資料，2001 年恢復提供潮位資料，但 2001-2003 年之每年年

平均海水面較 1995-1999 年為大，且從 2004 年起，其年平均海水面又降低，故蘭嶼之每年年平均海水面呈現起伏較劇烈之現象。各年平均海水面之標準偏差列於表 3-4 之第六欄，對基隆而言，除 1998 年(標準偏差 3.8mm)外，其餘每年年平均海水面之標準偏差小於 2mm。綠島每年平均海水面之標準偏差小於 2mm。蘭嶼 1995、2006 年，其每年平均海水面之標準偏差大於 2mm，其它年平均海水面之標準偏差小於 2mm。

各潮位站資料每年的平均值若有變動較大的情形，皆是因為更換儀器或變動等，本案按照合約規範，蒐集並計算潮位資料，但在高程基準連測的部分，並未應用此潮位計算的成果，這點必須在此加強說明，以免有造成誤會或混淆的情形。

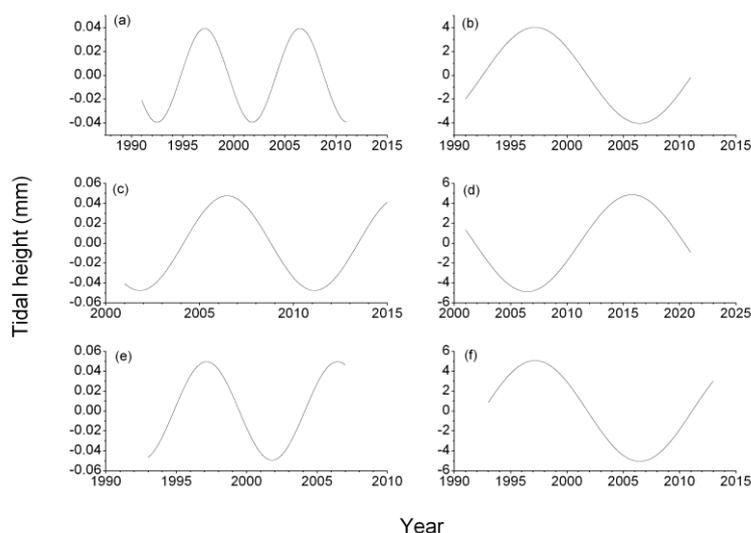


圖 3-2 (a)基隆(c)綠島(e)蘭嶼周期 8.85 年平衡潮逐時潮位圖，(b)基隆
(d)綠島(f)蘭嶼周期 18.6 年平衡潮逐時潮位圖。

表 3-4 各潮位站之 Pope τ 統計測試成果及平均海水面

潮位站	年	通過統計測試潮位數目	被剔除潮位數目	潮位計平均讀數(cm)	標準偏差(cm)
基隆	1991	8735	26	94.67	0.16
	1992	8436	23	96.12	0.07
	1993	8361	10	94.17	0.15
	1994	8403	30	98.78	0.14
	1995	7574	34	98.42	0.14
	1996	7716	20	100.10	0.09
	1997	8326	42	101.27	0.16
	1998	4003	5	90.88	0.38
	1999	4692	41	115.66	0.14
	2000	8233	24	108.19	0.08
	2004	8283	10	90.29	0.10
	2005	3968	0	105.36	0.06
	2006	8703	21	100.99	0.13
綠島	2002	8760	0	84.47	0.11
	2003	8723	0	84.40	0.12
	2004	8745	6	87.28	0.08
	2005	8501	0	87.94	0.15
	2006	4609	5	92.32	0.12
蘭嶼	1995	4333	0	125.77	0.22
	1997	6916	0	116.15	0.18
	1998	4705	0	118.47	0.14
	1999	4861	0	122.60	0.20
	2001	7966	1	215.42	0.16
	2002	7956	0	222.05	0.13
	2003	5726	16	211.98	0.15
	2004	8339	1	157.58	0.09
	2005	8451	0	159.31	0.16
	2006	5989	2	165.58	0.48

第四章 現有重力資料

目前台灣重力資料依性質可分為陸測重力、船載重力、空載重力、船測重力及衛星測高重力等，以下針對目前所蒐集之重力與組成重力網格之方法作一介紹。

4-1 陸測重力資料

現有的陸測重力資料包括了由中央研究院 (Yen et al., 1990; Yen et al., 1995)、中國測量學會 (黃金維 等, 1998) 和內政部 (黃金維, 2001; 陳春盛, 2003) 等單位歷時十年蒐集共約四千多點陸測重力點，目前最新的陸測重力資料為內政部於 2008 年公告的四千多點陸測重力點。以下將逐一介紹各組重力資料(圖 4-1)：

- (1)第一組資料為中央研究院地球科學研究所為研究台灣地區地殼及上部地函構造，自 1980 至 1987 年間選擇適當的測量基準點進行全省重力觀測，其基準點包含水準點、三角點及五千或一萬分之一航照圖的標高點，歷時七年共完成 603 個分布均勻的重力觀測點，含有經度、緯度及自由空間重力異常值。各觀測站間平均距離約為七公里，其中有 308 個測點分布在資料較缺乏的山區。
- (2)第二組資料是以 LCR-G (LCR, 1997)型重力儀於民國 75 年 10 月至民國 77 年 6 月間施測，由中國測量學會所提供，含有經度、緯度、高程、絕對重力和自由空間重力異常，總共有 276 筆資料。

- (3)第三組資料為 1997 年至 1999 年中國測量學會於台灣地區施測重力值 747 點，分別於第一年度及最後一年度各施測 150 點，第二年度施測 400 點。
- (4)第四組資料乃內政部於 2000 年到 2001 年間委託交大土木系於一等一級水準點上實施重力測量而得，共含 6 個絕對重力點、10 個一等重力點及 1010 個一等一級水準點之重力值。施測時使用 LCR-G 型重力儀，且進行嚴密的環境系統誤差改正及網形平差。這些重力點的精度約為 0.04 mgal。
- (5)第五組資料乃接續一等一級水準點重力測量之後，於 2002 年到 2003 年間辦理一等二級水準點上之重力測量工作，施測時使用 LCR-G 型重力儀，共施測 1189 個點，且同樣進行嚴密的環境系統誤差改正及網形平差。這些重力點的精度約為 0.04 mgal。
- (6)第六組資料為內政部於 2008 年完成的 4364 個重力點，歷時三年的工作時間，使用的儀器為 L&R Gravition EG 和 Scintrex CG-5 重力儀，本案累計檢測已知重力點位 19 點，施測一等重力點 655 點及二等重力點 3,690 點，共計施測 4,364 個重力點。

除了本島之外，本案團隊亦收集了離島(金門、馬祖、澎湖、小琉球、蘭嶼、綠島)的重力資料(圖 4-2)，均位於一等水準點上。這些資料皆是由是內政部交由內政部國土測繪中心辦理之成果。

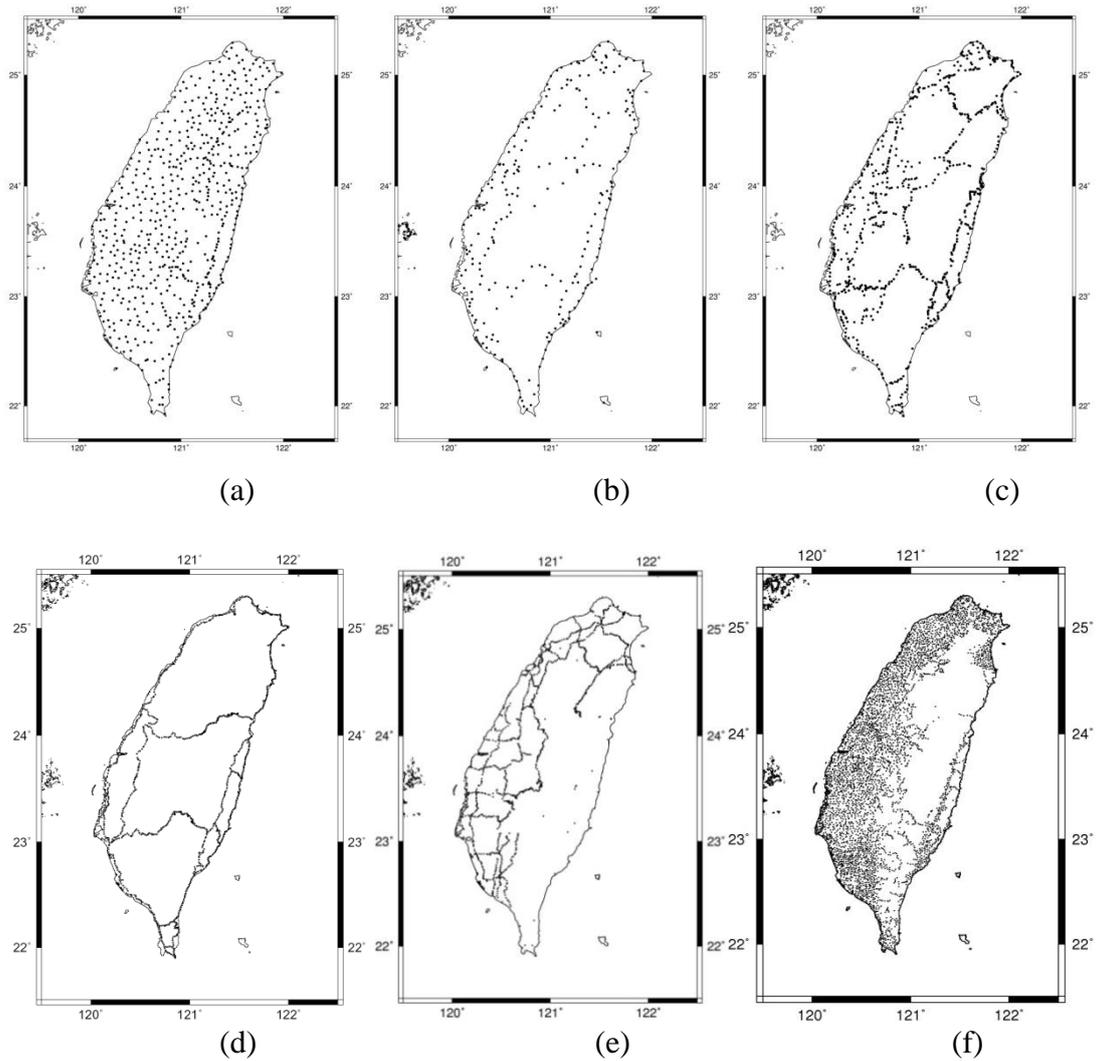
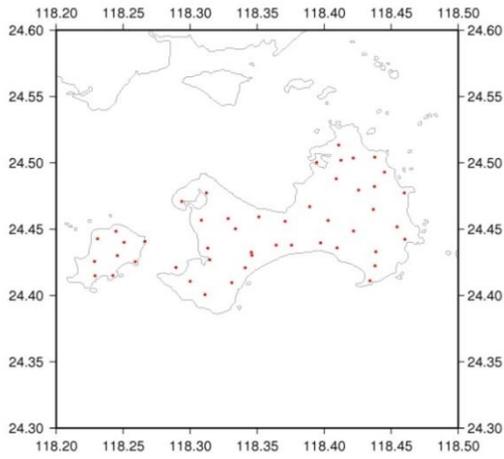
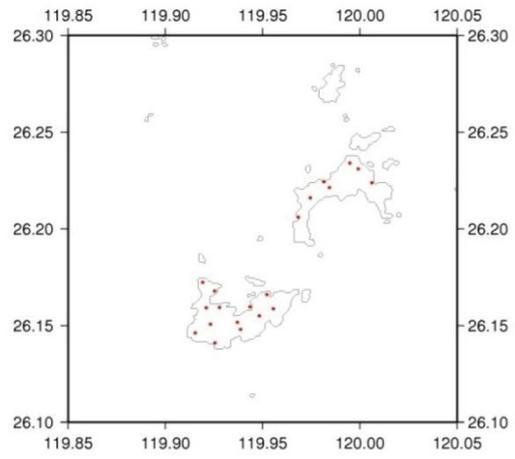


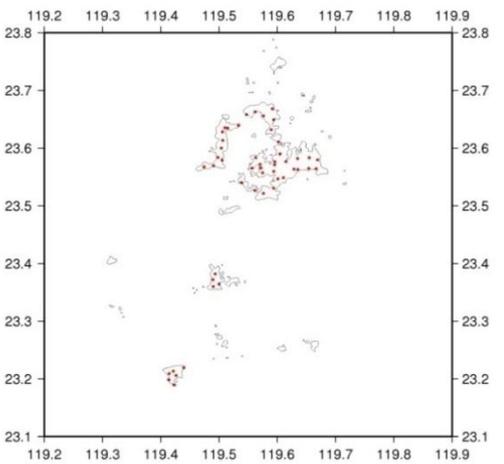
圖 4-1 本島重力點位資料 (a)中研院於 1980 至 1987 年施測之 603 個重力觀測點(第一組資料)分布圖 (b)中國測量學會於 1986 至 1988 年施測之 276 個重力觀測點(第二組資料)分布圖 (c)中國測量學會於 1997 至 1999 年施測之 747 個重力觀測點(第三組資料)分布圖 (d)內政部於 2000 至 2001 年施測之 1010 個重力觀測點(第四組資料)分布圖 (e)內政部於 2002 至 2003 年施測之一等二級重力觀測點(第五組資料)分布圖(篩選後 1092 點) (f)內政部於 2008 年公告之 4364 點重力點。



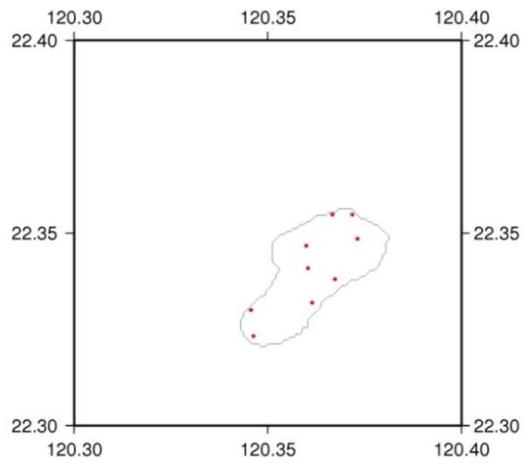
(a)



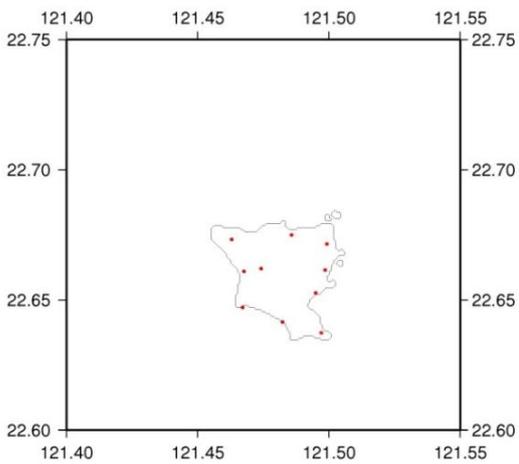
(b)



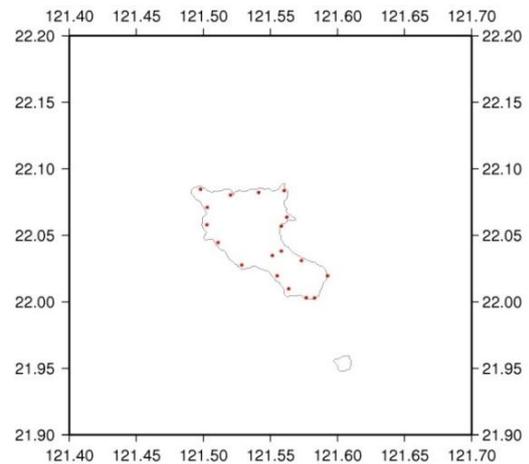
(c)



(d)



(e)



(f)

圖 4-2 離島重力點位資料 (a)金門 (b)馬祖 (c)澎湖 (d)小琉球 (e)綠島 (f)蘭嶼

4-2 船載重力

現有的船載重力資料包括了由中央大學地科所許樹坤 教授收集的資料和內政部委託國立台灣大學海洋科學研究中心收集的資料，共兩萬五千多點船測重力資料，以下將逐一介紹各組重力資料。

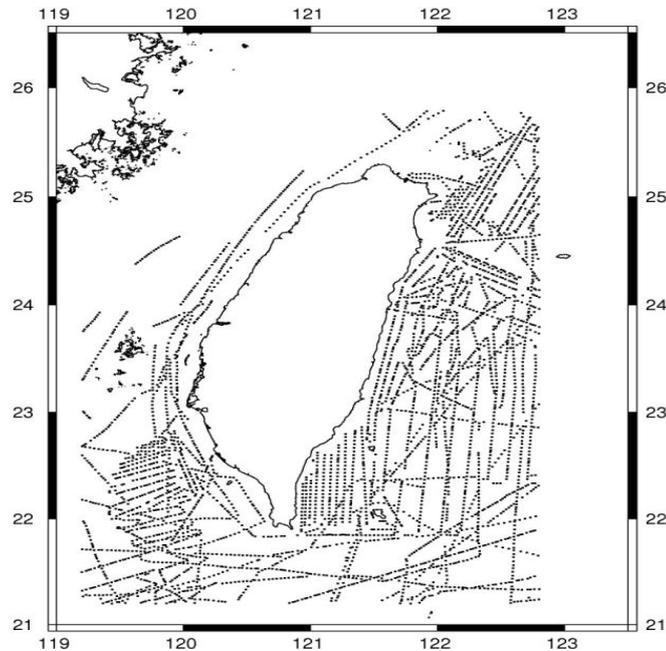
(1) 許樹坤 教授收集的船載重力資料取自於 Hsu et al.(1998)，此資料

來源為美國國家海洋與大氣機構 (National Oceanic and Atmospheric Administration, NOAA) 於 1997 年利用 R/VI' Atalante KSS30 船載重力儀所獲得的重力值，經篩選後共約 5 千多點(圖 4-3(a))。經交叉點精度分析後，R/VI' Atalante KSS30 資料之交叉點差值的標準偏差為 2.6 mgal，而全部的船測資料之標準偏差則為 11.2 mgal。用於計算大地起伏的船測資料分佈在經度 119.2E 至 122.8 E 與緯度 21.2N 至 25.8 N 的範圍，超過三倍中誤差的誤差值已被刪除。

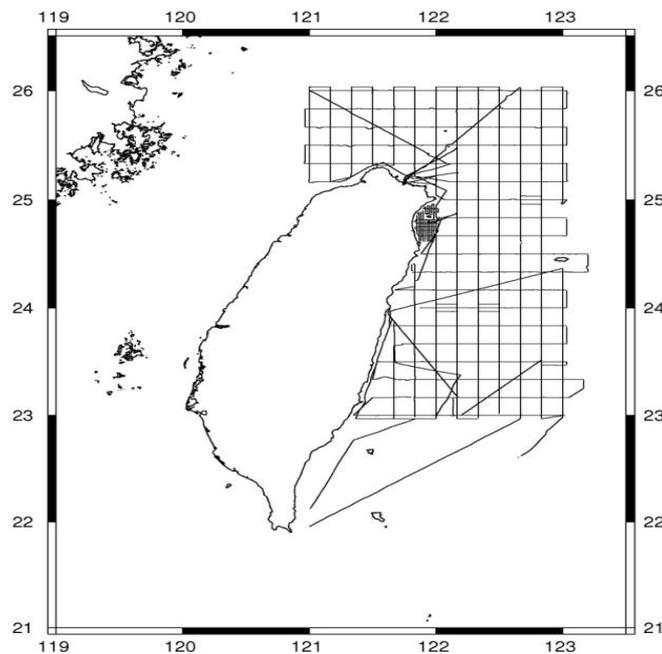
(2) 內政部為建立台灣四周海域完整重力資料，於民國九十二年購置

船載重力儀 (L&R Air-Sea Gravity System II, S/N: S130)，委託國立台灣大學海洋科學研究中心，將重力儀配置於設備及噸位合適的海研一號研究船，進行有系統的蒐集台灣四周海域之重力資料。目前已完成收集台灣北部海域與東部海域重力資料收集(圖 5.3(b))，經交叉點分析評估，最大絕對值為 25.0 mgal，平均值為

-0.74 mgal，均方根 (room mean square) 5.5 mgal，由於精度不算甚佳，且本案今年度與上年度的船測作業區域也與涵蓋此組資料之範圍重疊，故此組資料並未加入大地起伏的計算當中。



(a)



(b)

圖 4-3 (a)Hsu 船測重力資料(b)台大船載重力資料

4-3 空載重力

4-3-1 5000 公尺航高空載重力

內政部於 2004 年辦理台灣『空載重力測量工作』計畫，並由交通大學執行之，此計畫已於 2005 年 5 月結案(黃，2005)。計畫從 2004 的 7 月 6 日第一次施測起，至 2005 年 3 月 21 日為止，共進行了 43 個測量工作天，總時數將近 200 小時，儀器為 L&R Air-Sea II (L&R, 2003)。施測航線圖(圖 4-4)，北向航線共 64 條、航線間隔 4.5 公里；東西向航線共 22 條、航線間隔 20 公里；東北-西南向航線共 10 條、航線間隔 5 公里；西北-東南向航線共 6 條、航線間隔 30 公里。測量之航高為 16000 英尺，即約 5000 公尺；航速為每小時 160 海哩，約每小時 306 公里。每秒觀測一筆資料(1Hz)，若配合飛機航速 306 km/hr，約每 85 公尺測得一筆重力值。利用交叉點分析評估其施測結果，得到之標準偏差為 3.5 mgal (黃，2005)，扣除一些在天候不佳所測得的重力值後，標準偏差變為 2.9 mgal (Hwang et al., 2007)。為了後續的重力檢核，需要將空載重力資料利用向下延續方法(downward continuation)，將空載資料至 5000 公尺高度約化為海平面之重力異常。

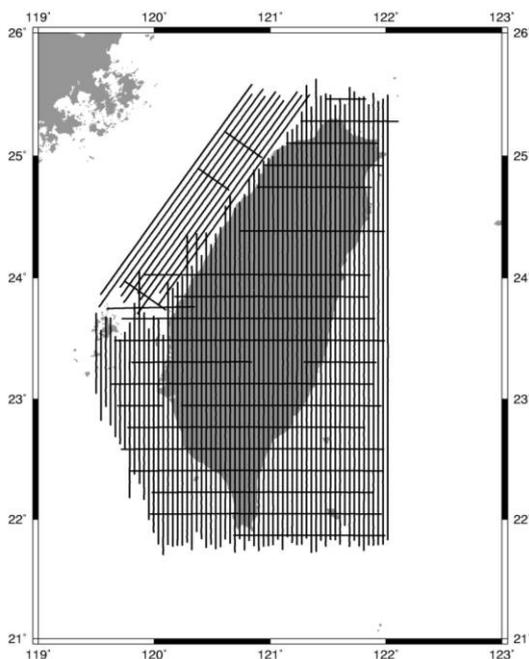


圖 4-4 5000 公尺航高空載重力

4-3-2 1500 公尺航高空載重力

本案空載外業施測期程，自 2006 年 3 月 6 日第一次施測起，至 2008 年 8 月初為止，因內政部所提供之飛機故障維修、重力儀儀器調度及天候影響等因素，經展期三次，始完成約 30 個空載外業測量工作天，飛行總時數約 130 小時，儀器為純量式 L&R Air-Sea Gravity System II 重力儀。規劃之航線圖(圖 4-5)，南北向航線共 36 條、航線間隔 5 公里；東西向航線共 7 條、航線間隔 60 公里。考慮到地形起伏、施測精度、施測時間、飛航安全等因素，飛行航高定為 1500 公尺(5000 英尺)，航速以不超過 280 km/hr 為原則。每秒觀測一筆資料 (1Hz)，若配合飛機航速 280 km/hr，約每 77 公尺能測得一筆重力值。利用交叉點分析評估其施測結果，得到之標準偏差為 3.99 mgal，扣

除一些在天候不佳所測得的重力值後，標準偏差變為 2.83 mgal。為了後續的重力檢核，需要將空載重力資料利用向下延續方法 (downward continuation)，將空載資料至 1500 公尺高度約化為海平面之重力異常。

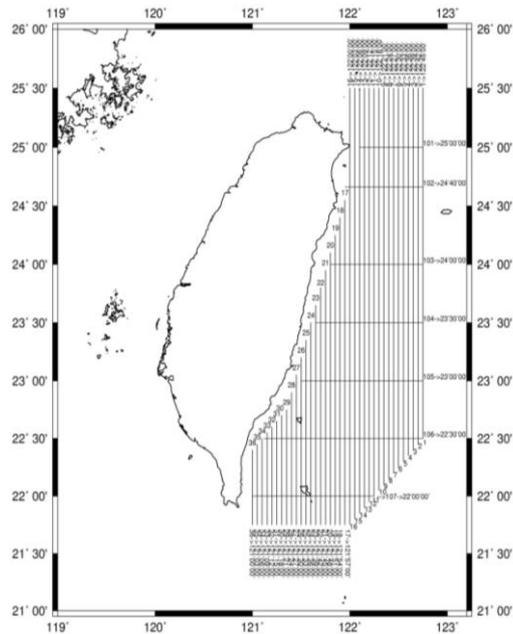


圖 4-5 1500 公尺航高空載重力

4-4 NGDC 船測重力

資料的來源為 National Geophysical Data Center(NGDC)提供 GEODAS 格式資料。其資料內容含有全球各機構自 1930 年以後所有船測資料，包括重力、磁力海深等數據。由於早期船航行軌跡定位是利用天文觀測的方式，定位精度差，重力儀器量測精度亦較差。直到 1980 年後 GPS 定位系統的發展，才逐漸改善船載定位的精度。為了得到較可靠的船測重力數據，本案以 1990 年以後的船測重力資料為處理對象(如圖 4-6)，將船偏轉 20 度以上，開始偏移至偏移後 15 分鐘的資料去除，並使用二次多項式來擬合衛星資料所得重力異常與船測重力異常間的差值，再利用此差值來改正船測重力中、長波長的誤差，最後再將擬合後的差值與原差值做比較，超過三倍中誤差別除。

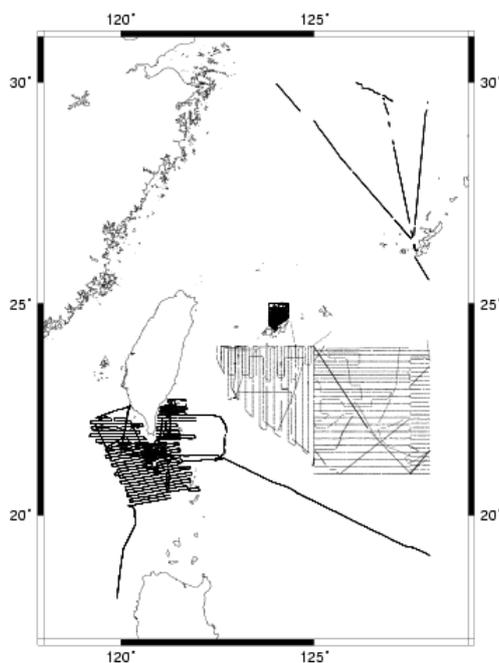


圖 4-6 NGDC 船測資料

4-5 測高重力資料

由於衛星測高脈衝不是發射在開放海域(open ocean)之中，所以產生之波形不像海洋波形一樣有著清楚海洋波形形狀。會產生與海洋波形不同之波形，通常是因為脈衝接觸至海水面時同時接觸陸地或接觸到複雜海水面都有可能導致天線收到之脈衝有著複雜訊號。其波形重定演算法有 β 參數演算法、門檻值演算法及改良型門檻值演算法(劉祐廷, 2005)。

測高重力資料則是交通大學土木所利用 Geosat/GM、ERS-1/GM、Geosat/ERM、ERS-1/35d、ERS-2/35d、TOPEX/POSEIDON 等四種重複軌道衛星，結合波形重定方法計算台灣附近海洋重力異常(如圖 4-7)；採用的參考場為 360 階之 EGM08，計算策略為去除回覆法，首先得到沿軌跡的殘餘大地梯度值，進而利用最小二乘配置法搭配得到。考慮到不同海深之不同波形重定的表現和不同潮汐模型的影響，給出整體的精度比較，結果顯示改良型門檻值演算法與 Nao99 潮汐模型為佳。為了得到臺灣地區的最佳重力場，使用修正法(draping)將測高重力與陸測、船載、空載等地面重力進行整合，並將該重力場與地面所有重力之差異統計，結果為 5.79mgal。

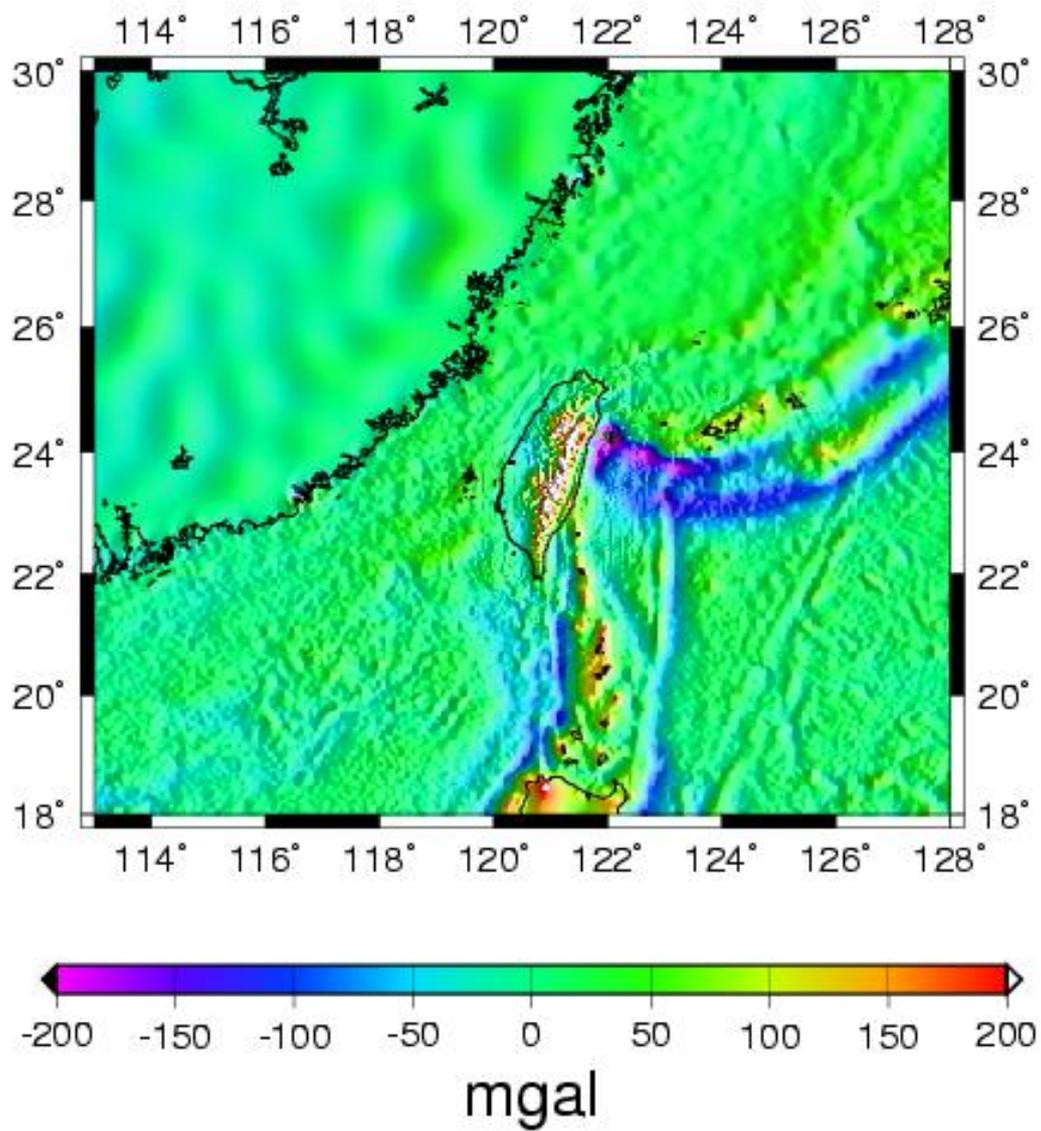


圖 4-7 NCTUM 之 2'x2' 重力異常

第五章 近岸船載重力測量

5-1 船載重力測量介紹

由於船載重力測量是在測量平台不斷運動狀態下所進行的一種動態測量，這也是船載重力測量有別於陸地重力測量的最大特點，因此當海上測量平台受海浪起伏、風、流、壓等擾動因素的干擾時，海洋重力觀測值難免遭受諸如水平加速度、垂直加速度、交叉耦合（cross-coupling）以及 Eötvös 效應等多向干擾加速度的影響。

海測重力若與較為熟知的陸測重力相較，二者之間的特性差異可概略整理如下：

1. 陸地重力測量是採測點型式之離散點測量，可按需求均勻布設測點；海洋重力測量則是採測線型式之連續點測量，由於測線與測線間並無測點，故無法滿足均勻布點之要求，僅能在測線上取算任意密度之測點資料。
2. 陸地重力測量可在固定位置上埋設點位，故其坐標測定不需與重力測量同時進行，數據處理時也無同時處理之必要；海洋重力測量則因為無法在海上建立每個測點之固定標點，故重力測量需與測點定位同步實施，數據處理時也需一併加以處理。
3. 陸地重力測量可依需要對同一測點進行重複觀測，重力測量誤差僅與儀器觀測相關，平差時可依據多餘觀測來求取最或是值，並獲取精度評估量；海洋重力測量則因為無法保證在同一測點上進

行重複觀測，只有主副測線之交叉點上才會產生多餘觀測，該交叉點上不符值之來源除儀器誤差外，還包含定位誤差所引起之不符值，且其重力精度評估量僅能是整個測網之精度，而非各個測點之精度值。船載重力測量誤差之大小可由交叉點（crossover point）之重力值差異量求得(Prince and Forsyth, 1984)。相應公式整理如下：

- 海洋空間重力異常值計算

$$\Delta g_F = g - g_s + 0.2566h - \gamma_0 \quad (5-1)$$

式中， g 為測點的絕對重力值；

g_s 為固體潮改正；

h 為潮高；

γ_0 為重力測點位置所對應之正常重力值。

本案使用船載重力儀 L&R Air-Sea Gravity System II 為純量式重力儀。向量式重力測量的觀測模式如下(Schwarz and Li, 1996)：

$$\mathbf{g} = \dot{\mathbf{v}} - (\mathbf{2}\boldsymbol{\Omega} + \mathbf{P})\mathbf{v} - \mathbf{f} \quad (5-2)$$

其中，

\mathbf{g} ：重力向量

\mathbf{v} ：船速度向量

$\dot{\mathbf{v}}$ ：船加速度向量

$\boldsymbol{\Omega}$ ：地球自轉的角速度矩陣

P：船行駛的角速度矩陣

f：重力儀量得之加速度向量

(5-2)式中的 $(2\Omega + \mathbf{P})\mathbf{v}$ 項是屬於 *Etövös* 改正，*Etövös* 效應是當船行駛時，會產生離心加速度與 Coriolis 加速度(科氏力)，進而影響重力的量測值(Torge, 1989)，故此效應的影響必須去除。更詳細的 *Etövös* 改正可參考(Harlan, 1968)。若將(5-2)式分成東西方向、南北方向、垂直方向等三維的純量表達式，則如下表示(Olesen, 2003)：

$$g_e = \dot{v}_e - f_e + \left[2w \cos \phi + \frac{v_e}{R_N + h} \right] \cdot [v_u + v_n \tan \phi] \quad (5-3)$$

$$g_n = \dot{v}_n - f_n + \left[2w \cos \phi + \frac{v_e}{R_N + h} \right] \cdot \tan \phi \cdot v_e + \frac{v_n v_u}{R_M + h} \quad (5-4)$$

$$g_u = \dot{v}_u - f_u - \left[2w \cos \phi + \frac{v_e}{R_N} \right] v_e - \frac{v_n^2}{R_M} \quad (5-5)$$

其中，

g_e, g_n, g_u ：東西方向、南北方向、鉛垂方向重力

$\dot{v}_e, \dot{v}_n, \dot{v}_u$ ：船分別沿東西方向、南北方向、鉛垂方向加速度

f_e, f_n, f_u ：重力儀量得之東西方向、南北方向、鉛垂方向加速度

v_e, v_n ：船之東西、南北速度分量

R_N, R_M ：卯酉、子午圈曲率半徑

w ：地球自轉角速度

ϕ ：船所在緯度

h ：船離地表高度

若只考慮垂直方向的重力分量(5-5)式，即為純量式重力觀測模式。從 5-3 式到 5-6 式中，船的位置、速度、加速度都必須靠全球定位系統(Global Positioning System, GPS)定位技術求得，故 GPS 定位在船載重力測量裡扮演非常重要的角色。

5-1-1 精度評估方式

評估船載、空載重力精度常用的方法之一為交叉點分析。其原理為，當船行駛過同一地點，所測得之兩重力值應相同。反之，其差異大小則反應誤差之大小。船載重力與航測一般，按某一設計之航線觀測，兩航線（幾近直線）可形成一交叉點。由於上述誤差因素，在交叉點之兩重力值不太可能相同，此時需要進行交叉點平差，其原理與衛星測高(altimetry)交叉點平差相似。

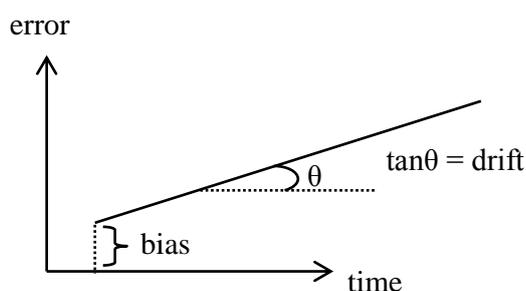


圖 5-1 航線系統誤差量偏差值(bias)與漂移值(drift)示意圖

假設在第 q 條航線上，第 r 點的觀測量為 g_r^q ，由於測量儀器本身的系統誤差、觀測時的天候、環境等因素，故觀測量在每條航線上存在著此誤差量，包括偏差值(bias)與漂移值(drift)(圖 5-1)，則觀測量 g_r^q

可如下表示

$$g_r^q = g_r^q + \delta g_r^q \quad (5-6)$$

其中 δg_r^q 為因 bias 和 drift 所引起的誤差，此量依圖 5-1 所示，我們可將 δg_r^q 表示為

$$\delta g_r^q = a^q + b^q t_r^q \quad (5-7)$$

其中 a^q, b^q 分別為第 q 條航線上的 bias 和 drift， t_r^q 為第 r 點上的觀測時間減去航線起點起算之時間。利用此數學模式，則我們可決定第兩航線 K, L 的交叉點的交叉點 P 差值為

$$\begin{aligned} x_p^{kl} &= \delta g_p^k - \delta g_p^l \\ &= a^k - a^l + b^k t_p^k - b^l t_p^l \end{aligned} \quad (5-8)$$

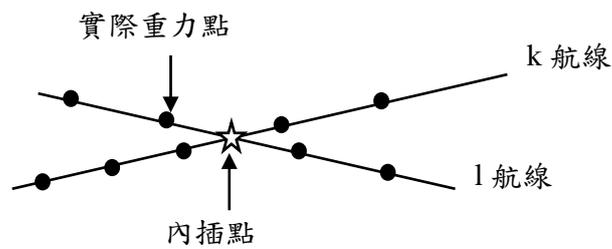


圖 5-2 船載重力實測點與內插點示意圖

由於兩航線的交叉點往往不會就是實際重力點，故比較時應先將重力值內插至兩航線的內插點上，如圖 5-2 所示。根據(5-8)式可組成

觀測方程式，對單一觀測量，吾人得

$$v_p^{kl} + x_p^{kl} = a^k + b^k t_p^k - a^l - b^l t_p^l \quad (5-9)$$

$$k = 1, 2, \dots, i; l = 1, 2, \dots, m; p = 1, 2, \dots, n$$

其中 $i+m, n$ 分別為航線數及交叉點數。(5-9)可寫為矩陣形式

$$V + L = AX \quad (5-10)$$

其中

$$X = \begin{bmatrix} a^1 \\ b^1 \\ a^2 \\ b^2 \\ \vdots \\ a^i \\ b^i \\ a^j \\ b^j \\ \vdots \\ a^m \\ b^m \end{bmatrix}$$

第 k 與 l 條航線在設計矩陣中的列向量為

$$A_p^{ij} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 \dots 0 & 1 & t^i \dots 0 & \dots & 0 \dots -1 & -t^j & 0 \dots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

解得 X 矩陣後，將誤差扣除而得改正後重力 g_r^q 。

5-1-2 施測範圍、儀器及測量船隻介紹

本案之船載重力測量作業以綠島及蘭嶼的連測點為圓心，半徑 50 公里內所涵蓋海域，如圖 5-3。本案使用船載重力儀共有兩台，分別為 L&R Air-Sea Gravity System II(LaCoste&Romberg，S/N:S130)，如圖 5-4；及 ZLS Dynamic Gravity Meter。

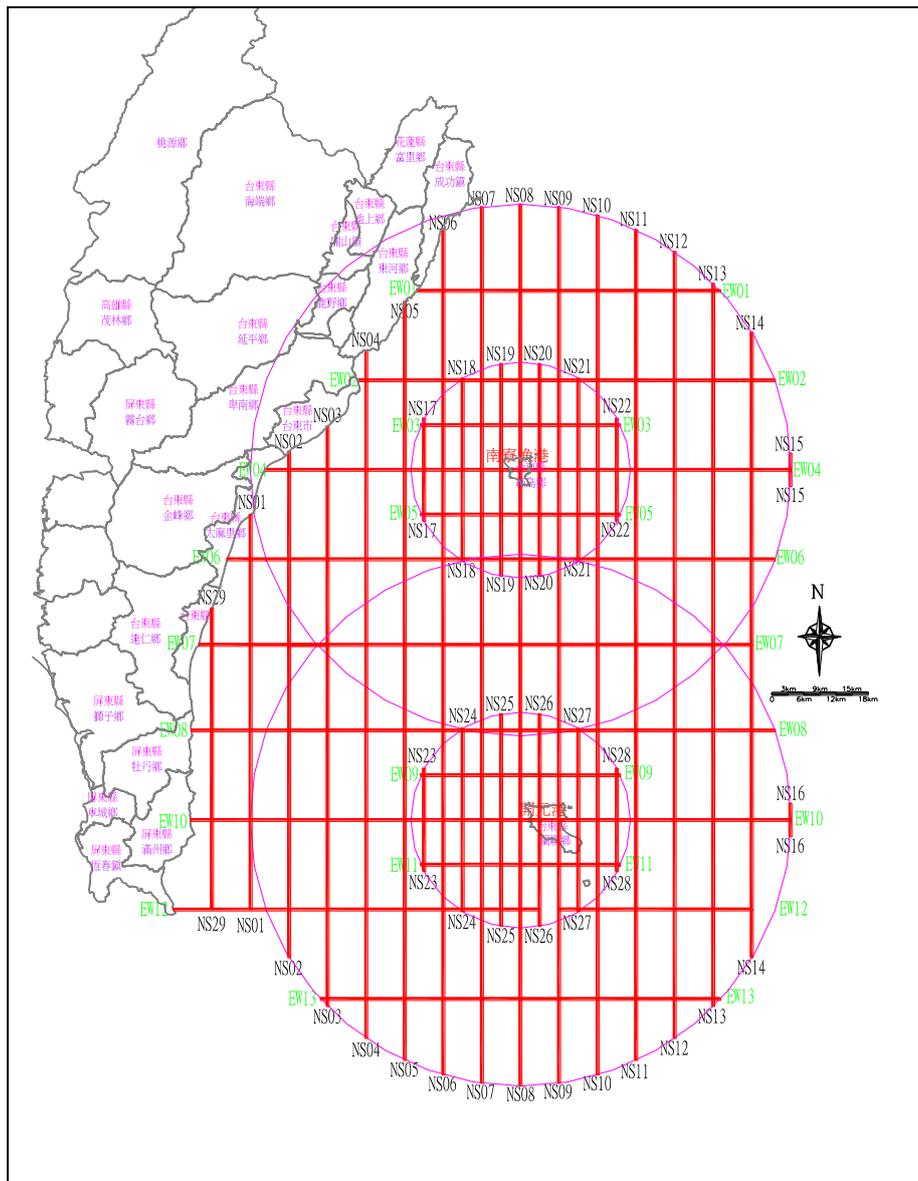


圖 5-3 船載重力施測範圍



圖 5-4 L&R Air-Sea Gravity System II 重力儀



圖 5-5 ZLS Dynamic Gravity Meter

由於本次計畫施測範圍廣大最遠處距離台灣本島達 150 公里以上，綠島地區如同 95 年度使用 CT1 等級之金龍資 39 號漁船（表 5-1 及圖 5-5），但太外海處已經力有未逮，考量到台灣東部地區洋流流速甚強，逆流時有時船速只能達到兩節的等級，為提昇船隻續航力、連續作業能力、船體穩定度及作業安全等因素，蘭嶼地區使用之測量船

隻為 CT3 等級的大發 168 號漁船，船體諸元及相關照片如表 5-2 及圖 5-6 所示：



圖 5-5 金龍資 39 號測量船隻照片

表 5-1 金龍資 39 號船體諸元表

項目	內容
船長(註冊尺度)	13.5 公尺
船寬(註冊尺度)	3.3 公尺
船體	F.R.P 船殼
噸位	總噸位:14.98 噸 / 淨噸位:4.49 噸
動力	六缸柴油引擎，螺旋推進器
馬力	320 匹
油量	7173 公升
乘員	20 名
吃水深	1.4 公尺
航速	12 節(浬/時)

表 5-2 大發 168 號船體諸元表

項目	內容
船長(註冊尺度)	23.5 公尺
船寬(註冊尺度)	4.24 公尺
船體	F.R.P 船殼
噸位	總噸位:38 噸 / 淨噸位:18 噸
動力	六缸柴油引擎，螺旋推進器
馬力	320 匹
油量	8000 公升
乘員	15 名
吃水深	1.4 公尺
航速	21 節(浬/時)



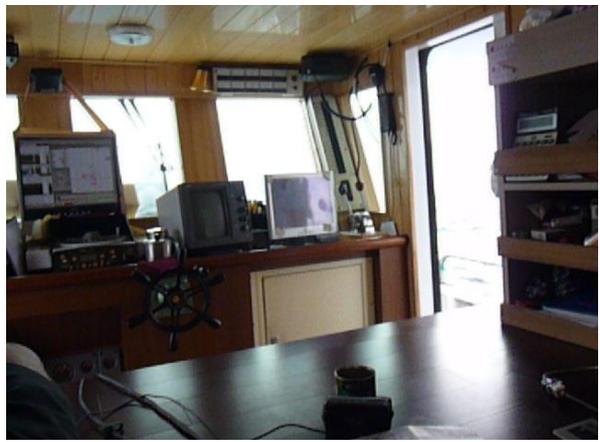
大發 168 號船首



大發 168 號船尾



駕駛艙前側照片



駕駛艙內部照片



儀器架設現況



右舷走道

圖 5-6 大發 168 號測量船隻照片

5-1-3 施測方法介紹

於測船停靠碼頭鄰近位置建立一個重力參考點位，並使用相對重力儀（Graviton-EG）進行其重力參考值之測定，引測點為港區鄰近之一等重力點。另於相對重力施測時，港區重力參考點位置處之重力梯度值，亦可同時加以測定，以作為重力值化算之用。而在重力觀測資料之化算過程中，所將運用之水平及垂直距離偏移量必須先行加以測定，以求提供最佳之重力成果精度。以圖 6-6 為例，d 是 GPS 天線沿測船船體中心線方向量至重力儀投影至甲板位置之左右平移與前後平移二個水平距離，其可配合航向資訊以進行 GPS 天線至重力儀坐標位置之化算使用，唯對小型測船而言，此項偏移量或可因量小而不計；而 h1 與 h2 二個垂直距離量之組合，會是 GPS 天線所定出高度值化算至重力儀高度之運用資料，其可在重力觀測量計算時，提供重力異常值化算之所需，該值可在儀器架設完成後量測一次即可。另對 h3 與 h4 二個垂直距離量之組合而言，其目的在透過與水面高度差之量測，以決定甲板與重力參考點於施測起始時刻之高度差（ $h4-h3$ ），並透過 h2 來建立重力儀相對於重力參考點之高度差（ $h2-h4+h3$ ），進而引入重力梯度值來決定重力儀架設處之重力值。另水深測量所蒐集之當地潮位站資料，可用來決定圖中之 h5，亦可用來配合水深測量值（以平均海水面為基準）來進行重力異常相關量之計算。另求遂行測船於測量期間之 GPS 動態定位作業，重力參考

點之透空度若屬良好，則該點將視為差分基站而架設 GPS 接收儀，以接收每秒一筆之雙頻相位觀測量。

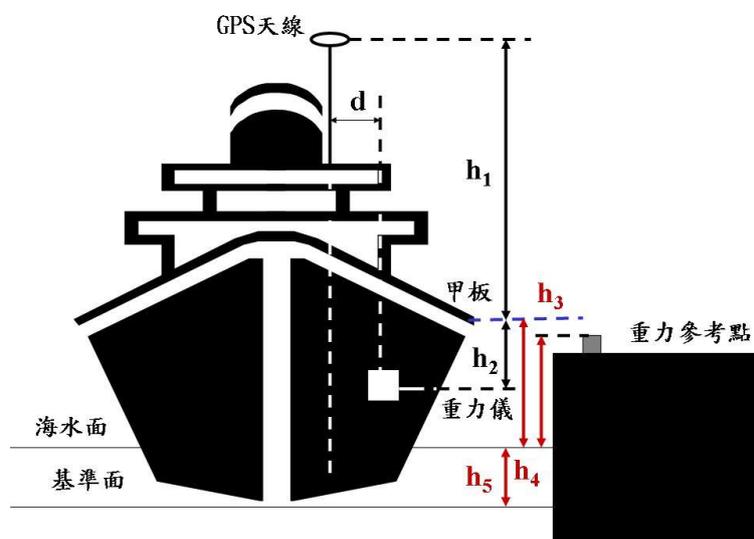


圖 5-7 重力值參考高度示意圖

本次綠島測區將重力參考基點設置於，南寮漁港(B01)，而在蘭嶼測區部分，將重力參考基點設置於開元港(A01)。其點位分布位置如圖 5-8 所示，實際設置點位如圖 5-9 所示。

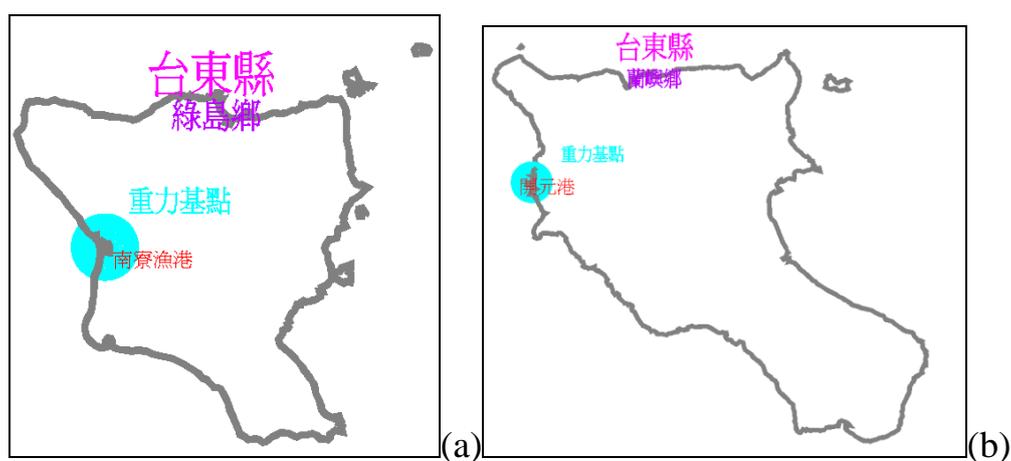
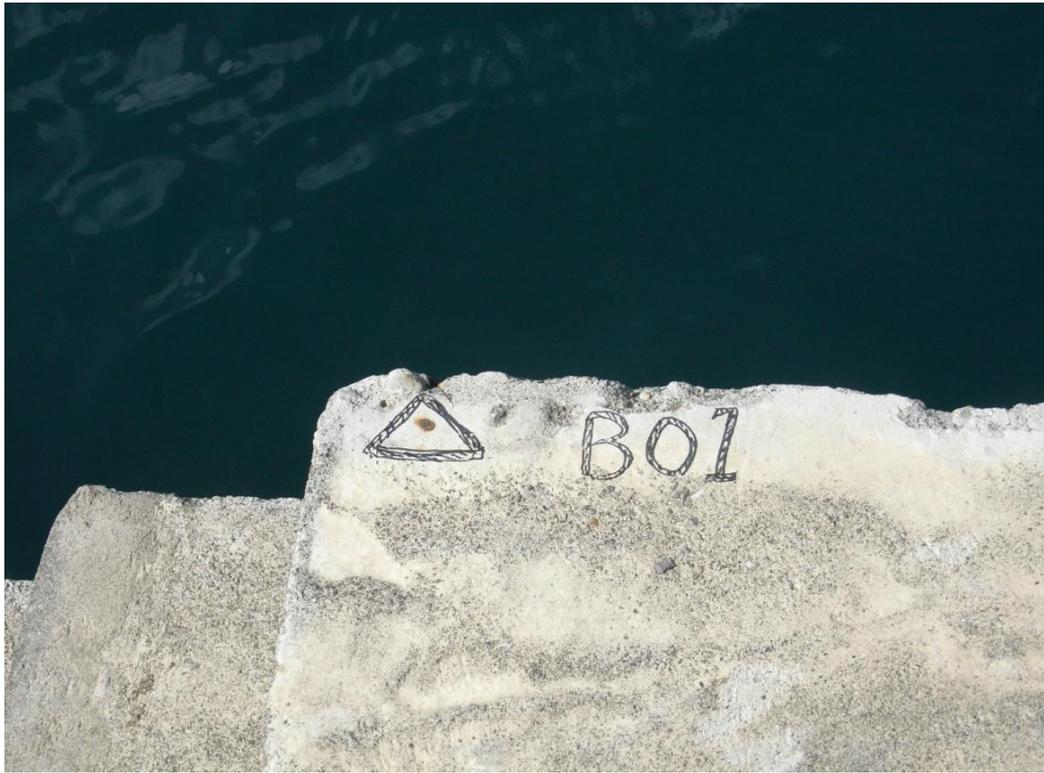


圖 5-8 重力參考點位分佈圖 (a)綠島測區 (b)蘭嶼測區



南寮港重力基點(B01)



開元港重力基點

圖 5-9 重力參考基點設置圖

5-2 船載重力測量資料處理

5-2-1 GPS 資料處理

本案所使用的 GPS 資料處理工具為瑞士伯恩大學天文研究所研發的 Bernese 5.0 軟體，進行 GPS 觀測資料處理時，所需輸入之檔案分為使用者輸入與一般參數兩種。使用者輸入檔案為使用者欲處理之觀測資料、GPS 星曆、.....等。一般參數之檔案為 Bernese 軟體進行資料處理時，各個程式將會使用到的相關參數檔案，若欲更新一般參數檔案，可至伯恩大學 FTP 站 <ftp://ftp.unibe.ch/>，以「anonymous」登入，便能下載。表 5-3 為一般參數檔案相關說明。

表 5-3 Bernese 5.0 使用者輸入之檔案

檔案類型	內容	網址
GPS 觀測資料	接收儀接收之 GPS 觀測資料	
*.sp3	IGS 精密星曆	http://igscb.jpl.nasa.gov/components/prods_cb.html
*.EPH	CODE 精密星曆	ftp://ftp.unibe.ch/ →aiub/CODE/2010/
*.CLK	廣播星曆時錶改正	ftp://ftp.unibe.ch/ →aiub/CODE/2010/
*.ERP	地球自轉參數	ftp://ftp.unibe.ch/ →aiub/CODE/2010/
ITRF CODE.STA	IGS 站資訊檔	ftp://ftp.unibe.ch/ →aiub/BSWUSER50/STA/
ABBREV.ABB	地面固定站站名縮寫檔	
*.CRD	地面固定站坐標檔	
*.FIX	地面固定站站名	

目前提供 GPS 星曆較佳的有兩個國際機構，分別為 CODE (Center for Orbit Determination in Europe)和 IGS (International GNSS Service) 其軌道精度比較表如表 5-4，對於 Bernese 5.0 定位軟體在高精度 GPS 定軌的程序中，高精度的 GPS 精密星曆與高精度的 GPS 時錶改正更是扮演著關鍵的角色，本案使用由 IGS 發布的 GPS 時錶改正、IGS 精密星曆和 IGS 地球自轉參數做為 Bernese 5.0 定位軟體的輸入檔案。

表 5-4 CODE 和 IGS 軌道之精度比較表

Orbit Type	Quality	Delay of Availability	Available at
Broadcast orbits	~2 m	Real-time	Broadcast message
CODE Ultra Rapid Orbits	<10 cm	Real-time	CODE through FTP
CODE Rapid Orbits	<5 cm	After 12 hours	CODE through FTP
CODE Final Orbits	<5 cm	After 5-11 days	CODE , IGS Data Centers
IGS Ultra Rapid Orbits(pred)	~10 cm	Real-time	IGS Data Center and CBIS
IGS Ultra Rapid Orbits(obs)	<5 cm	After 3 hours	IGS Data Center and CBIS
IGS Rapid Orbits	<5 cm	After 17 hours	IGS Data Center and CBIS
IGS Final Orbits	<5 cm	After ~13 days	IGS Data Center and CBIS

5-2-2 GPS 動態基線解算

Bernese 5.0 動態基線解算流程的主要架構如圖 5.1 所示，將原始觀測資料轉成 Bernese 使用格式之階段，先將船載的 GPS 資料進行電碼觀測量之平滑化(Smoothing)處理，藉此過濾含有較大誤差的電碼資料，此舉將有利於獲得較高精度之單點定位成果，提昇各觀測時刻之動態定位坐標精度，但亦會降低觀測量之總數乃其所衍生之缺點，關

於電碼觀測量平滑化處理的細節，請參考 Bernese 5.0 操作手冊相關說明。一般而言，經平滑化處理後的電碼觀測資料，其單點定位之精度可自公尺等級提昇至公分等級，對於高品質動態定位起始坐標之獲得大有助益。

GPS 動態解算流程，大致上分成 GPS 觀測資料預處理與參數估計兩部分，在資料預處理方面 Bernese 軟體操作流程分為六個步驟，各步驟對應於使用之程式，依序為：RXOBV3→PRETAB→ORBGEN→CODSPP→SNGDIF→MAUPRP。並採用無電離層線性組合 L3。其說明如下：

1. GPS 觀測資料格式轉換 (RXOBV3)：將 RINEX 標準格式之 GPS 觀測資料轉換成 Bernese 軟體自訂之格式，並將 GPS 觀測資料分為電碼觀測量及相位觀測量。
2. 建立 GPS 衛星標準軌道(1) (PRETAB)：將 GPS 精密星曆格式轉換成 Bernese 軟體自訂的表列格式，並輸出 GPS 時錶差。
3. 建立 GPS 衛星標準軌道(2)(ORBGEN)：配合地球自轉參數、章動參數、地球固體潮、海潮、地位係數等，建立 Bernese 自訂的標準軌道格式。
4. 單點定位 (CODSPP)，此步驟將計算兩次：
第一次先使用靜態估計(STATIC)，目的為利用電碼觀測量進行解算概略的測站坐標，將接收儀與 GPS 時同步，並估計接

收儀的時錶差改正量，將其存入相位觀測量中，以供後續計算使用。

第二次則是動態估計(KINEMATIC)，目的為後續再估計動態座標時，可給予船載 GPS 動態位置初始值，初始值的好壞將影響動態定位的解算精度。

5. 組成一次差觀測量 (SNGDIF)：由使用者輸入的 GPS 觀測資料來組成載波相位一次差差分資料。
6. 週波脫落補償 (MAUPRP)：進行檢查相位觀測資料品質並標示粗差，週波脫落偵測與週波脫落補償。
參數估計方面，則由程式 GPSEST 來執行。
7. 參數估計 (GPSEST)：以相位二次差觀測量進行各相關參數之解算，如：測站坐標、整數週波未定值、對流層附加參數、……等。

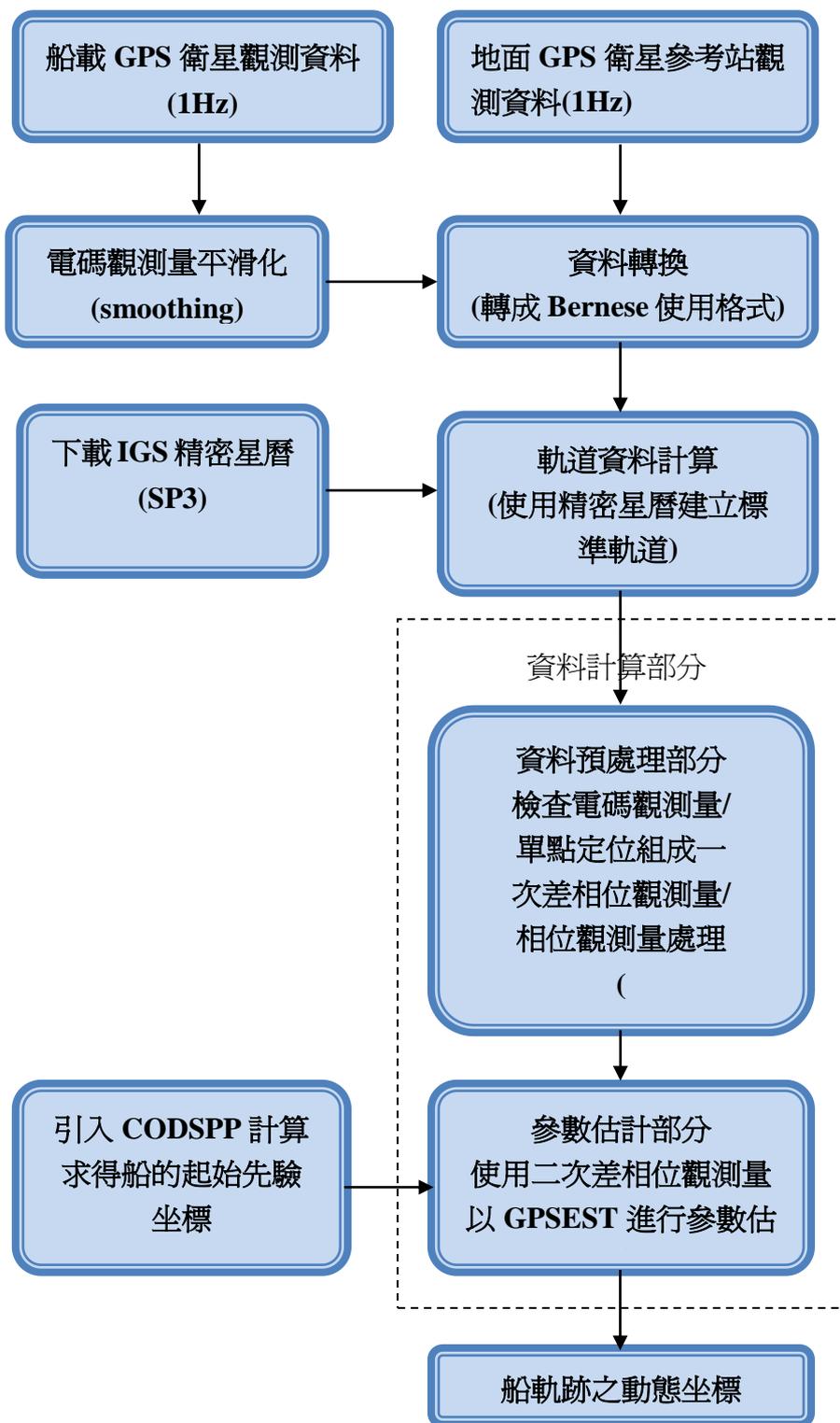


圖 5-10 Bernese 5.0 處理 GPS 動態基線之流程

5-2-3 重力資料處理

一般來說，船載重力測量的誤差來源主要包括以下五個方面：

(1) 與重力儀本身測量過程有關的誤差，包括儀器固有誤差、外界干擾所引起的誤差、溫度係數改正引起的誤差及儀器零點飄移改正誤差。為了消除這些誤差來源，在施測前已經過重力儀的水平氣泡檢驗、零位增益檢查調整、K 值檢驗等等，並設計重力觀測紀錄表用來記錄每次航行後的彈簧張力、重力讀數、機械讀數等值，可用來做飄移改正

(2) *Etövös* 改正不精確所引起的誤差。*Etövös* 效應是當船行駛時，會產生離心加速度與 Coriolis 加速度(科氏力)，進而影響重力的量測值。在東西方向的測線中，*Etövös* 改正數的數量級往往比測得的重力異常本身的數量級為高，此誤差往往是船載或空載重力測量的主要誤差源。由於船體定位及航速的不精確，進而影響 *Etövös* 改正的精度，因此良好的 GPS 資料成果可以有效的消除這部分所帶來的影響。

(3) 定位不精確所引起的誤差。此誤差是由於定位不精確，使得測得的重力異常成果並非定位座標處的重力異常，而是相鄰海域某處的絕對重力值減去現定位座標處的正常重力值所得到的重力異常，因此本項誤差也有賴於良好的 GPS 定位成果來消除。

(4) 空間改正誤差。此誤差量級較小，約為 $\pm 0.2 \sim \pm 0.5 \text{ mgal}$ ，乃是由於重力儀系統的高度不準確所引起，大多來自船體載荷的消耗使得吃

水變淺所引起的系統誤差，以及波浪所引起的偶然誤差。波浪所引起的偶然誤差經過濾波處理後可以消除，船體吃水深淺亦會在每次航程後紀錄重力儀至水面高度，用來消除此項誤差。

(5) 與重力基點有關的誤差。來自於自己知重力點引測至重力基點時產生的誤差，吾人做相對重力引測時往返共做了 3 測回，目的就是為了消除此項誤差。

其餘誤差還有重力儀觀測時間與 GPS 時間的偏差量所產生的誤差，由於重力儀每一筆觀測資料的時間記錄為根據重力儀上電腦的時間，而 GPS 定位資料的時間為 GPS 時，此兩系統於船載重力施測時，不可避免的會產生非同步的現象，即此兩個系統存在著一常差 (shift)，根據 Olesen(2003)船測重力時船體的垂直方向加速度與重力儀之觀測值為高相關，為了找出重力儀觀測時間相對於 GPS 時間的常差，首先計算出兩訊號在遲滯 τ 時之相關度，其數學模式如下：

$$Z(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) \cdot s_2(t + \tau) dt \quad (5-11)$$

$$\tau = 0, 1, 2, \dots, (n-1) \cdot \Delta T$$

式中 $s_1(t)$ 為第一個訊號於 t 時刻的相位； $s_2(t + \tau)$ 為第二個訊號於 $t + \tau$ 時刻的相位； n 為總筆數； ΔT 為觀測間隔

當(5-11)式中，讓 $Z(\tau)$ 為最大者之 τ 值即為所求之常差。

本案所使用之船測計算軟體為本校自行開發，使用 FORTRAN 語言，將各項設定值寫入批次檔後計算，設定值包括時間、日期、濾波器種類、濾波罩窗寬度、base reading 值（用來做儀器飄移改正）等等，並可將輸出成果與已知的重力異常網格互相比較，檢視各條航線精度。程式並顯示測線與已知重力異常網格值差異的最大最小值、STD 值與 RMS 值以供檢視精度。同時為了瞭解每條航線的充分資料，程式亦輸出了 CC（交叉耦合）改正、原始重力值及 *Etövös* 改正值，此外還有沿軌跡、垂直軌跡所測得的 GPS 加速度以及重力儀上的加速儀所測得的加速度做比較（如圖 5-11），吾人也可由此判斷那個時間段的重力測量結果不具可信值而必須剔除。

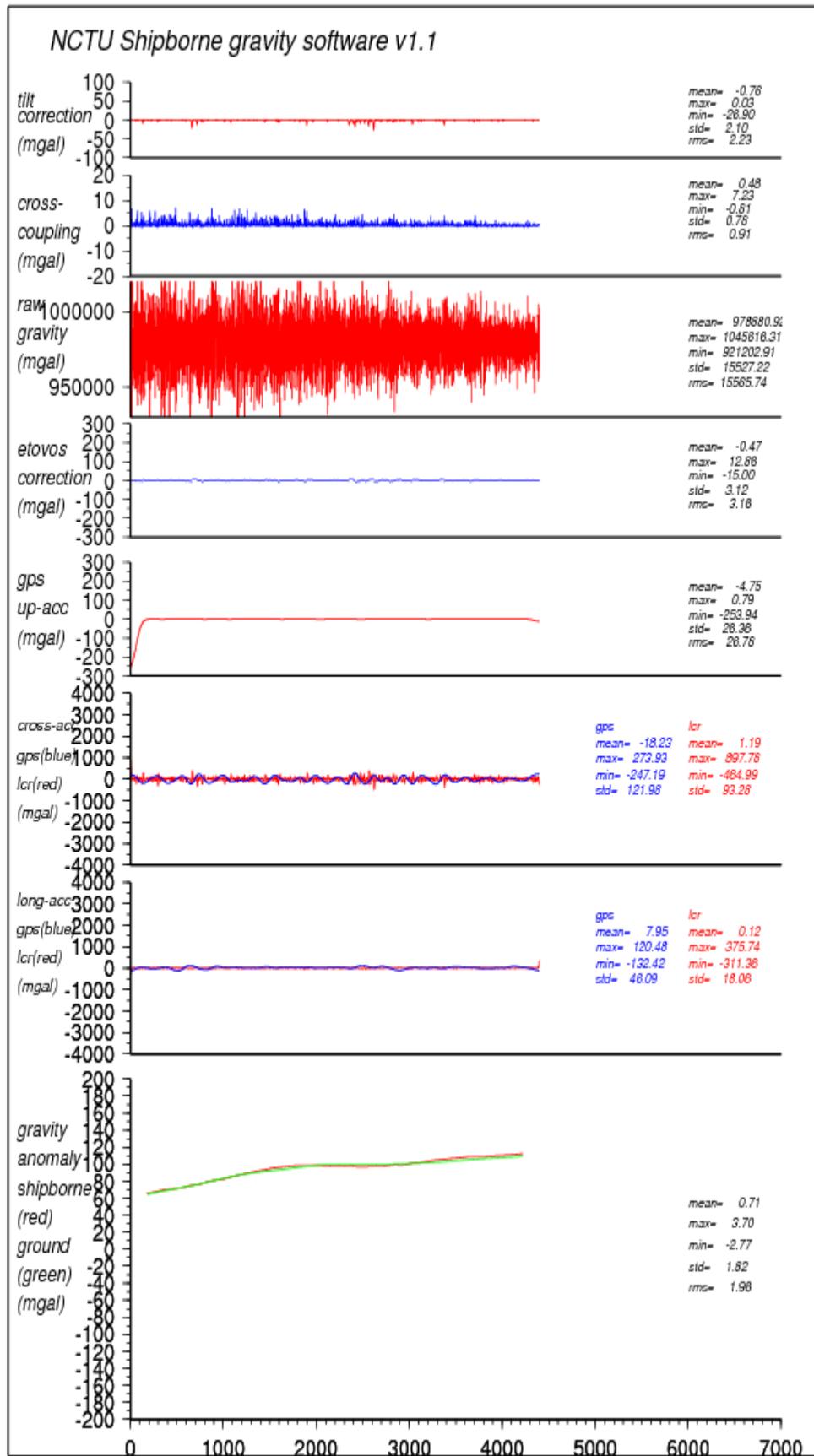


圖 5-11 單條航線輸出資料

另外吾人嘗試將固體潮改正加入這次的計算中，日月潮位引力為海潮之驅動力，除引起海水起伏外，對地表一點產生兩種重力變化：

(1) 由引力產生之重力變化 (2) 由地球變形而產生之重力變化，首先，任一點所受地球表面上月球潮位 (tidal potential) 為 (只考慮球諧 2, 3 階)：

$$W_m = \frac{1}{2} \frac{GM_m r^2}{R_m^3} (3\cos^2 \psi_m - 1) + \frac{1}{2} \frac{GM_m r^3}{R_m^4} (5\cos^2 \psi_m - 3\cos \psi_m) \quad (5-12)$$

所受太陽之潮位為 (因較遠，只考慮 2 階)

$$W_s = \frac{1}{2} \frac{GM_s r^2}{R_s^3} (3\cos^2 \psi_s - 1) \quad (5-13)$$

其中：

GM_m ：牛頓萬有引力常數乘月球質量 ($4902.778 \text{ km}^3 / \text{s}^2$)

GM_s ：牛頓萬有引力常數乘太陽質量 ($1.327124399 \times 10^{11} \text{ km}^3 / \text{s}^2$)

r ：該點與地心之距

R_m ：地心與月球中心之距

R_s ：地心與太陽中心之距

ψ_m ：該點與月球在地心之夾角

ψ_s ：該點與太陽在地心之夾角

因直接引力造成之重力變化為：

$$g_t^1 = -\frac{\partial(W_m + W_s)}{\partial r} = -\frac{GM_m r}{R_m^3} (3\cos^2 \psi_m - 1) - \frac{3}{2} \frac{GM_m r^2}{R_m^4} (5\cos^2 \psi_m - 3\cos \psi_m) - \frac{GM_s r}{R_s^3} (3\cos^2 \psi_s - 1) \quad (5-14)$$

按 Moritz and Mueller (1987)，此引力造成地表變形而再次引起重力變化，其大小為：

$$g_t^2 = \left(h - \frac{3}{2}k \right) g_t^1 \quad (5-15)$$

其中 h, k 為 Love number。因 h=0.6, k=0.3, 故總重力變化為：

$$g_t = g_t^1 + g_t^2 = \left(1 + h - \frac{3}{2}h \right) g_t^1 = 1.15g_t^1 \quad (5-16)$$

本案自行設計另一套程式計算 (5-16) 式之 g_t 值。所需之日、月坐標及 ψ_m, ψ_s 均由 JPL 之 DE200 星曆嚴密計算而得，較之一般之簡易公式，如 Dehlinger，較為準確，該程式適用時間為 1990-2020 年。 g_t 之最大值約為 0.3 mgal。此外，此程式還考慮了潮高改正，利用 5'×5' 的 NOA99.JB 潮位模型，內插出每個時間點的潮高，將所測得的重力值利用自由空間改正，再考慮海水質量所帶來的影響量（海水密度為 1.03 gm/cm³），整體的改正為 -0.2656H (mgal)（此處的 H 等於潮高），便可將每一測點所測得的重力異常值約化至平均海水面上。

5-3 成果及精度分析

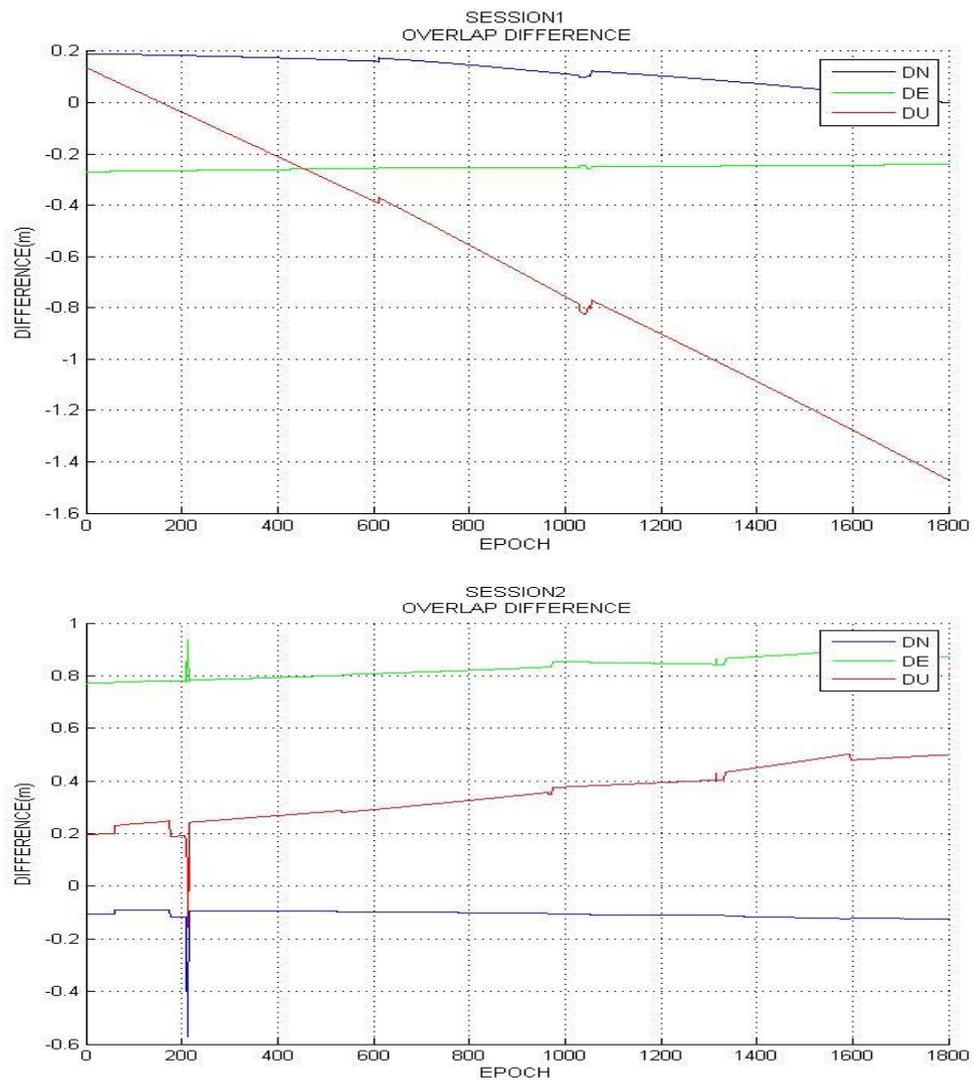
5-3-1 GPS 動態定位精度分析

為了解本案使用之船載重力 GPS 動態基線定位技術的是否可靠及穩定，因此選擇五個觀測時間區段，進行船隻動態定位之重疊分析(Overlap Analysis)，藉單一觀測時間區段切割為時段 A 及時段 B，分別進行動態基線定位解算，再相互比較兩時段解算之成果，而此兩個時間段刻意在頭尾重疊了 30 分鐘(觀測量 1800 筆)，計算在相同時刻之下瞬時三維坐標成果差異量之 RMS 值，即可將其視為一精度參考指標，顯示在動態解算過程中的估計穩定程度。重疊分析觀測時間區段，以避開船隻進出港口以及在海面上船隻動力停止漂流之時段為原則，在 2010 年 4 月 18 日至 5 月 6 日蘭嶼地區船載外業當中隨機選擇五個觀測時間區段，統計如表 5-5。

表 5-5 五個觀測時段之重疊時間

Session	日期	時段 A	時段 B
1	4 月 20 日	02:30-04:00	03:30-05:00
2	4 月 21 日	06:30-08:00	07:30-09:00
3	4 月 26 日	07:00-08:30	08:00-09:30
4	5 月 4 日	06:00-07:30	07:00-08:30
5	5 月 5 日	20:30-22:00	21:30-23:00

將五個測段利用觀測時間區段 A、B 內重疊時間 1800 秒的求解坐標定位坐標，其定位成果如圖 5-12，計算相同時刻下兩時間段的坐標差值 ΔN 、 ΔE 、 ΔU ，並以此差值計算 ΔN 、 ΔE 、 ΔU 之 RMS 值，以此來檢驗本案使用之船載動態基線定位技術是否穩定，統計如表 5-6。



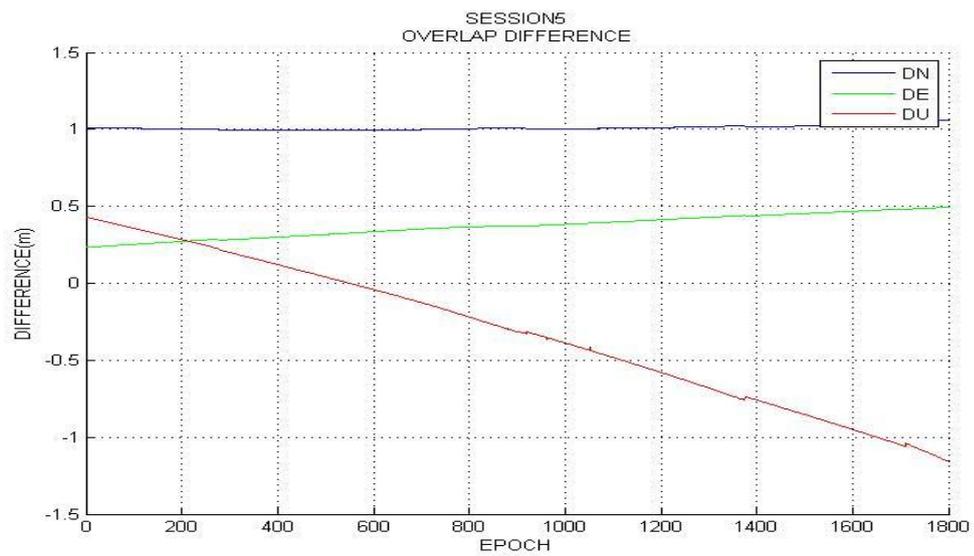
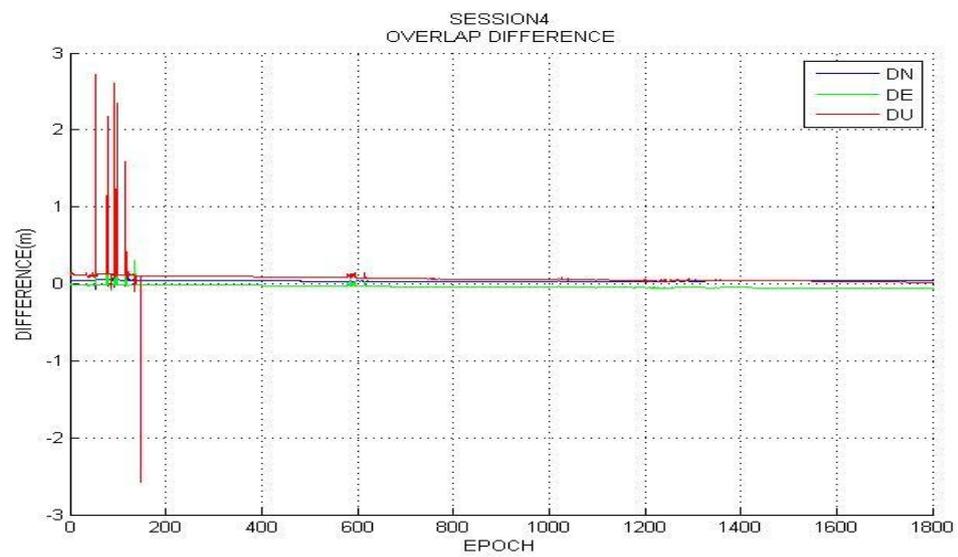
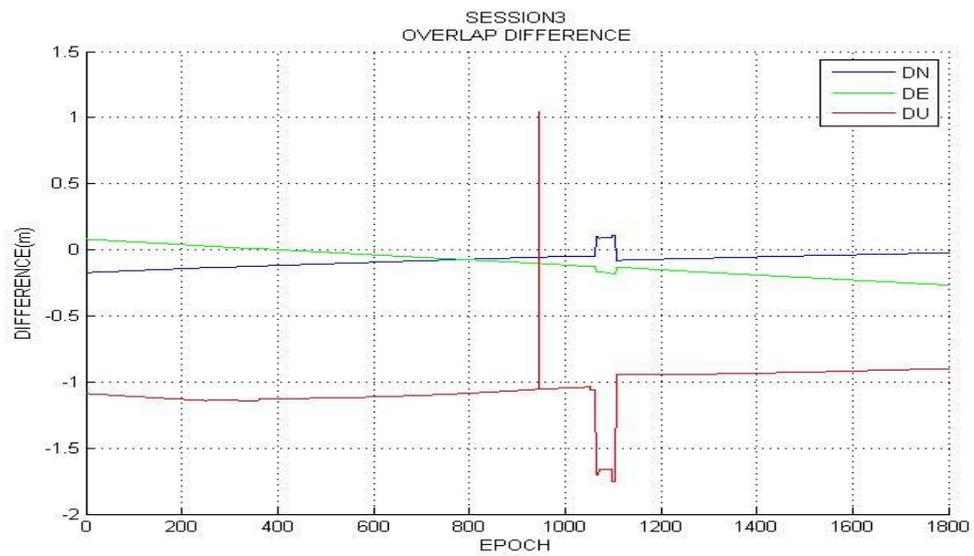


圖 5-12 五個測區 OVERLAP 坐標定位成果

表 5-6 重疊時段內坐標成果差異量 RMS 值(單位:m)

Session	$\sigma\Delta N$		$\sigma\Delta E$		$\sigma\Delta U$	
	STD	RMS	STD	RMS	STD	RMS
1	0.06	0.13	0.01	0.25	0.46	0.80
2	0.10	0.18	0.11	0.89	0.37	0.66
3	0.05	0.09	0.10	0.14	0.14	1.06
4	0.01	0.04	0.08	0.09	0.14	0.15
5	0.01	1.01	0.07	0.38	0.46	0.56

由上表可得知，利用重疊的觀測時段進行動態基線定位解算，比較重覆時刻之差異量，來觀察軟體解算的穩定程度。統計得到各方向差異量的 RMS 值均在公分至公寸等級，顯示本案使用的 Bernese 5.0 衛星定位軟體，及所採用的動態基線解算流程，在觀測資料可估計的情況下，呈現尚稱穩定的狀態，不會因為 GPS 觀測資料中斷，造成坐標發散至無法繼續求解或成果差異變大的情況。

船載定位因為海浪影響船身晃動程度較大，影響觀測貼近海面之衛星，造成接收衛星顆數不穩定，有可能因此影響解算成果，若將船載 GPS 動態定位成果與空載 GPS 動態定位成果比較，可發現船載之重疊分析 RMS 值普遍比空載來的稍大，但在相同量級以內，亦顯示出雖然定位成果沒有比空載動態定位好，但解算還是有相當的穩定程度。綜言之，船載 GPS 動態解算在觀測資料品質的維護上，無法與空載 GPS 和地面靜態觀測資料來比擬，若欲使用 GPS 觀測資料來求解船行之軌跡，選擇較大的船身做為收集資料之載具，避免船身過大的晃動，選擇適宜的天氣出海，來確保 GPS 觀測資料的品質。並且

在後處理工作上，針對觀測資料不佳的段落進行資料預處理，來設法提升船載動態基線定位之成果，將是重要的課題。

5-3-2 船測重力成果及精度分析

如之前所提，吾人用交叉點之重力異常值差異量來評估此次船測重力整體精度。經過高斯濾波器處理，罩窗寬度為 180 秒，再將各條航線轉彎處的資料拿掉，以及去掉與已知重力網格相比差異量明顯過大的部分資料之後（原因有 GPS 斷訊、測船的劇烈傾斜、船上電力不穩導致重力儀電腦關機），保留有交叉點可供平差的處理的測線，綠島測區共有 42 個交叉點，蘭嶼測區有 59 個交叉點，得到的成果如表 5-7、5-8。

其均方根誤差 RMS(Root Mean Square)及標準差 STD(Standard Deviation)之計算公式如下：

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_i^n \Delta g_i^2}{n}} \quad (5-17)$$

$$STD = \sqrt{\frac{\sum_i^n (\Delta g_i - \bar{g})^2}{n-1}} \quad (5-18)$$

Δg_i : 交叉點之重力異常值

\bar{g} : 重力異常平均值

n: 交叉點個數

表 5-7 綠島測區重力異常之交叉點分析(單位:mgal)

綠島	Max	Min	Mean	RMS	Std
平差前	21.717	-4.776	1.989	6.803	6.321
平差後	2.050	-2.152	0.000	0.662	0.653

表 5-8 蘭嶼測區重力異常之交叉點分析(單位:mgal)

蘭嶼	Max	Min	Mean	RMS	Std
平差前	16.916	-18.269	-0.473	8.307	8.250
平差後	3.292	-5.327	0.000	1.607	1.593

圖 5-13 為交叉點平差後之測線上沿軌跡的重力異常，整體趨勢與地體構造相符，靠近綠島及蘭嶼的測線重力值較大；圖 5-14 為交叉點重力異常差異值的空間分佈，利用交叉點分析出來的整體精度可算是相當不錯，若我們觀察平差前後的 RMS 值可得知此平差模式對於精度的改善可說是相當顯著，平差前差異會這麼大的原因也可以由此推論是因為某些航線含有一個 bias 的量，這與現實的情形是十分相符合的。

我們可以知道，做相對重力測量時必須要有一參考值，對於船載重力測量來說，每次出航及返航時所記錄的靜態觀測值便十分重要，然而，船上的靜態觀測環境並不良好，雖然在港內，船隻仍會被風、

波浪、及其他船隻經過所造成的晃動影響，造成靜態觀測的數值不穩定，便會反應在當次航程的航線有一 bias 量，這點尤其在蘭嶼特別明顯，由於開元港腹地很小，亦不是一個封閉港口，靜態觀測時往往需要兩小時才有辦法達到穩定，而且在港內的觀測環境也不穩定，隨著波浪上上下下的，此項誤差便會反應在交叉點分析的結果上。

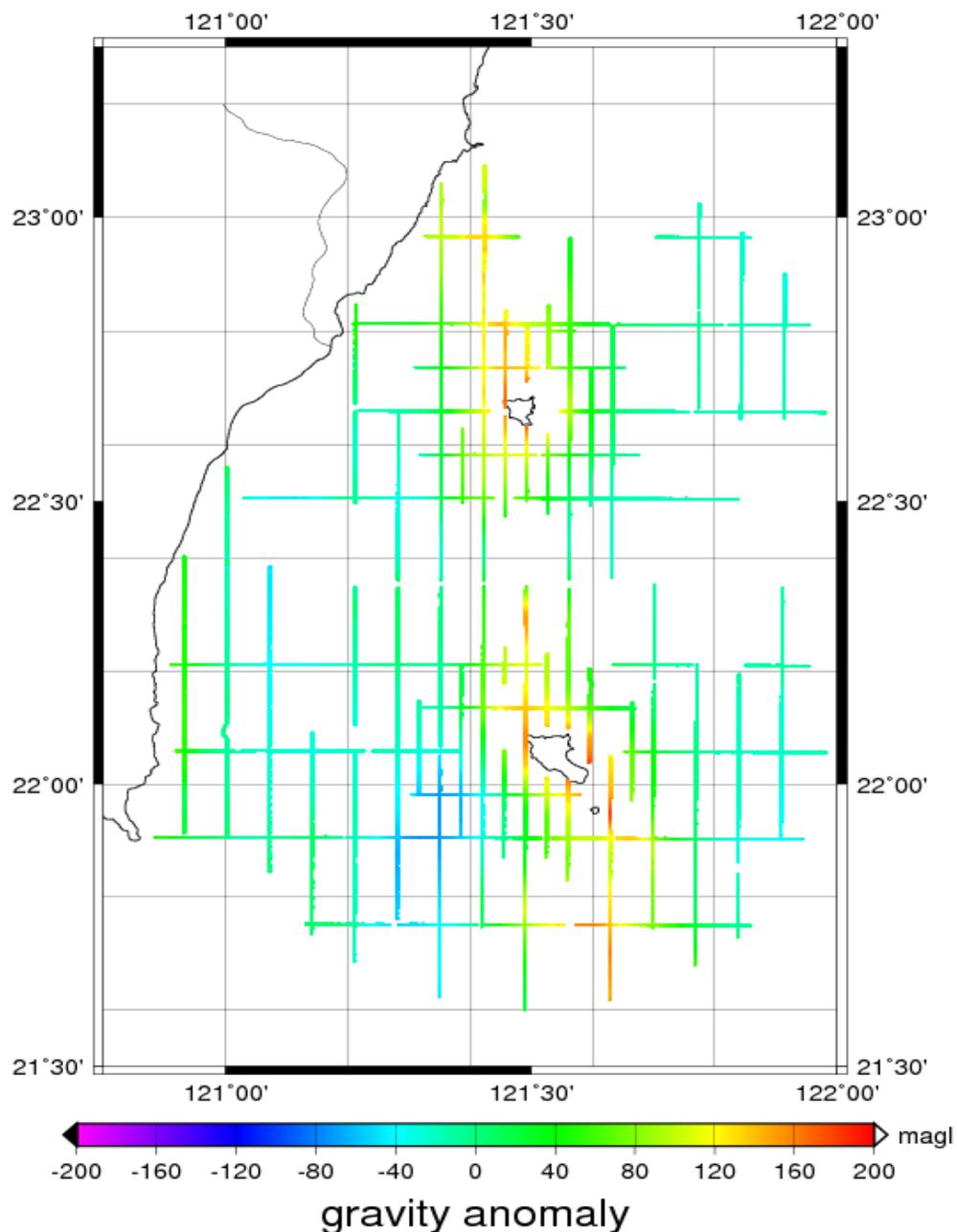


圖 5-13 交叉點平差後軌跡重力異常

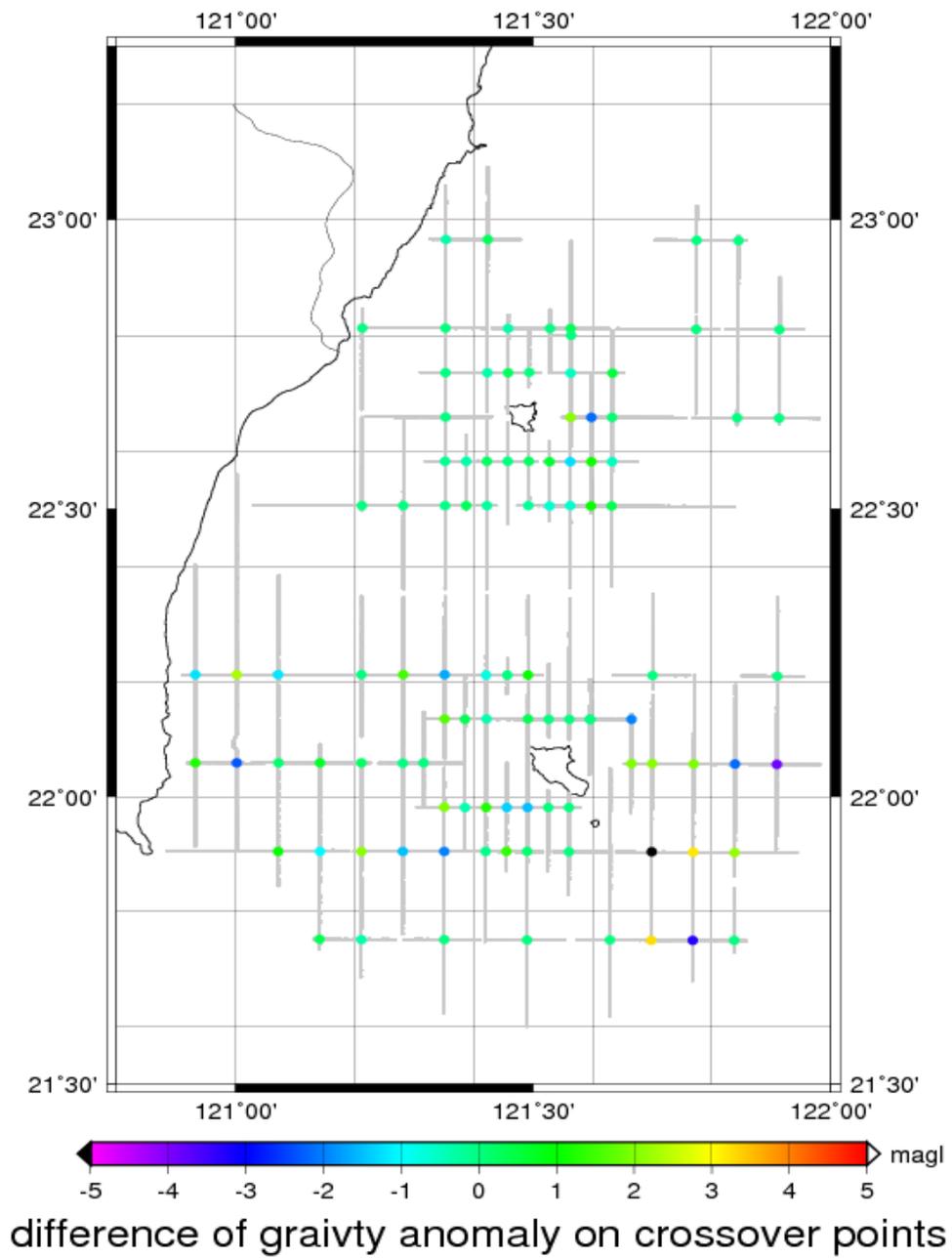


圖 5-14 交叉點重力異常差異值的空間分佈

5-4 水深測量

於重力測量時同步進行。水深測量採單音束水深測量方式。使用 Kongsberg EA400P 雙頻單音束測深機、GPS 衛星定位系統定位，配合姿態感應器及電羅經、潮位儀等儀器。作業項目及流程如圖 5-14 所示：

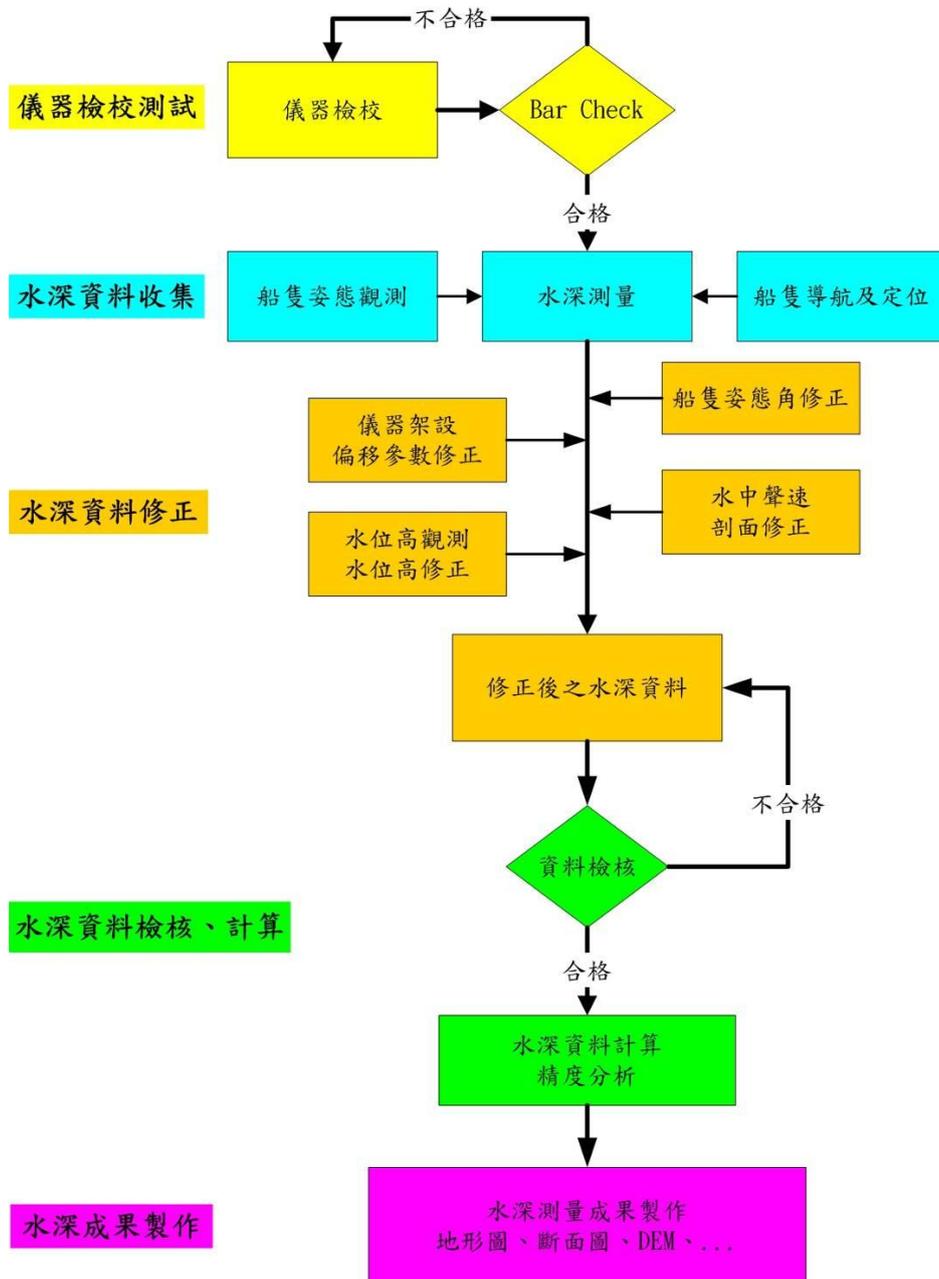
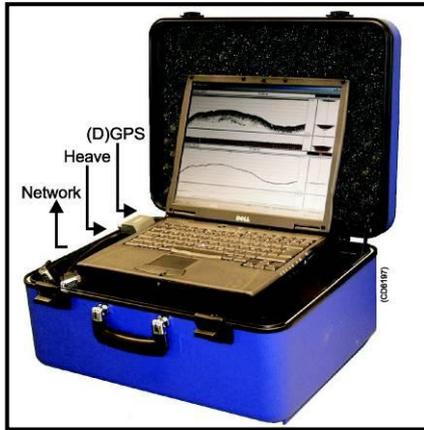


圖 5-14 水深測量流程圖

本案使用 Kongsberg EA400P 雙頻單音束測深機(如圖 5-15)，其儀器特性如下：



- 納頻率:38kHz、200kHz

- 深範圍:600m(200kHz)、
2100m(38kHz)

析度: 1cm

- 測深精度:1cm(200kHz)、
5cm(38kHz)

圖 5-15 Kongsberg EA400P 雙頻單音束測深機

(1) Bar Check 率定測試

1、單音束測深機架設完成後，在測深作業前施行檢校板檢核 (Bar Check)，以檢核儀器之正確性。檢校區選擇在港區內，因港區內風浪平穩才可施作 Bar check。率定時先以聲速剖面儀量測水中聲速剖面值，求取平均聲速值設定於測深機內，再依不同深度釋放檢校板並讀取測深機之讀數，檢校板之釋放深度以測深儀音鼓面為基準，每 1m 測定一次，製作成檢校記錄表，檢視儀器精度是否在合理範圍內。

2、因港區水深應在 20m 以內，考量在船上進行 Bar check 檢校時仍會有船隻晃動問題而影響檢校精度，故容許誤差在 $\pm 0.2\text{m}$ 內應為合理範圍。



圖 5-16 Bar Check 檢核情形

(2) 潮位觀測

依每次作業的範圍，在測區內選擇風浪及淤沙影響最小處設置驗潮儀。由於漁港內受風浪影響較小，因此均選擇在港內設置。綠島測區潮位站位於南寮漁港綠島潮位站(TG76)；蘭嶼測區則設在開元港蘭嶼潮位站(TG75)。其高程基準以直接水準方式從控制點引測，施測精度同高程控制測量，惟觀測站所在位置若不便施測直接水準，則可採全測站電子測距經緯儀以間接高程方式施測。潮位紀錄則使用自動驗潮儀，每 6 分鐘自動記錄一筆潮位資料，輔以搭配人工檢測比對以確保資料的正確性。



綠島潮位站



蘭嶼潮位站

圖 5-17 潮位站設置圖_綠島測區與蘭嶼測區

(3) 船隻姿態角觀測

使用 TSS DMS3-05 姿態感應器，經連接電腦可記錄測船之前後傾斜(Pitch)，左右搖擺(Roll)之角度及上下起伏的高度(Heave)。本次作業各姿態角的最大振幅範圍如下：

- Heave:±1 公尺以內
- Pitch:±10°以內
- Roll:±15°以內

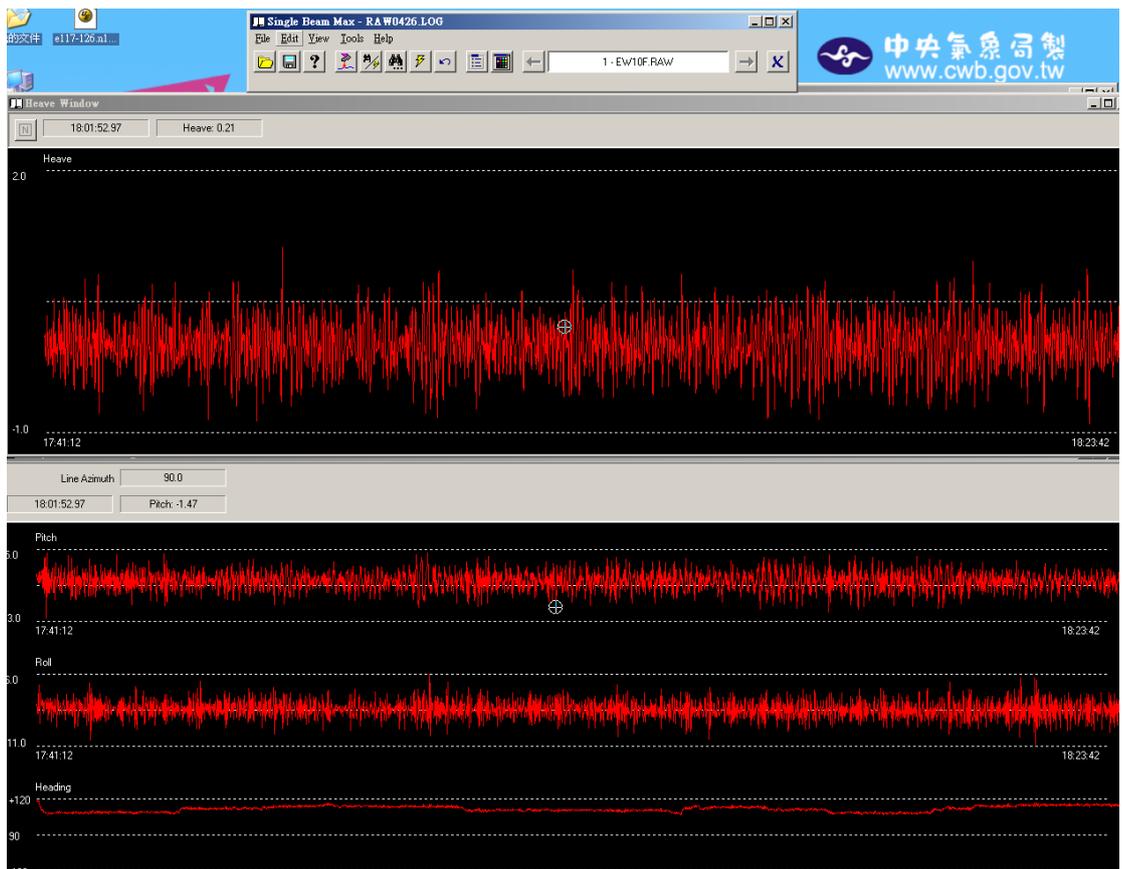


圖 5-18 測船姿態變化圖

(資料來源為 99 年 4 月 26 日，測線 EW10F)

(4) 水深測量資料處理

- 1.先逐一對單一測線初步篩除可疑的水深資料，如訊號品質不佳的水深值、異常的水深值及定位品質不佳的水深點。
- 2.加入各項修正資料，包含潮位資料、聲速剖面資料、儀器架設偏移參數、船隻湧浪補償資料及率定資料等，需經檢核無誤後才加入水深資料的修正計算，可得到歸算後的水深資料。
- 3.本次綠島及蘭嶼測區所測得的水深地形如圖 5-19 所示，其水深值除了讓我們瞭解海底地形之外，亦可用來計算海洋的布格重力異常，對於範圍內海洋的地質可有進一步瞭解。

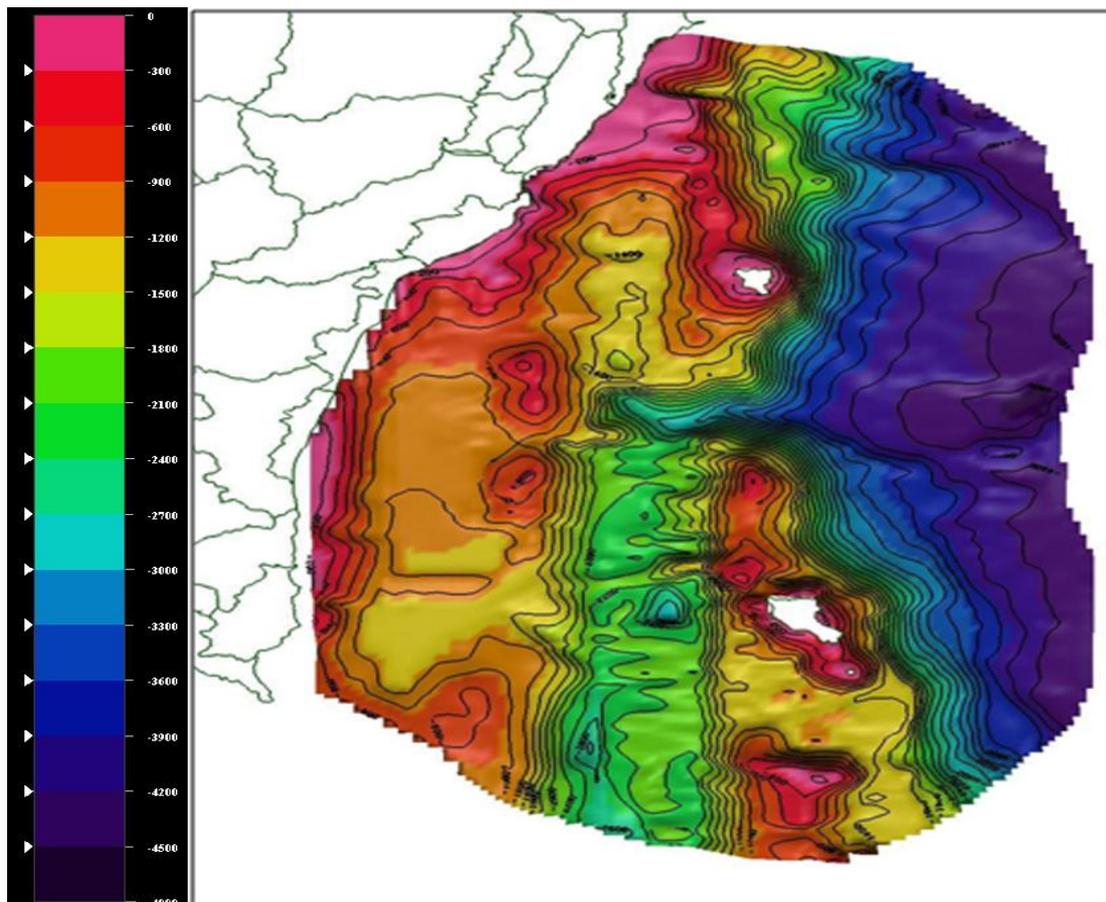


圖 5-19 水深測量地形圖_綠島與蘭嶼測區

第六章 大地起伏及垂線偏差計算成果

用去除回復法方式求出台灣區域的大地起伏模型，長波長部分使用 EGM08 模式，其乃是一個良好建立的全球模型，展開至 2160 階空間解析度相應於 5'x5'。單純利用 EGM08 計算的長波長的大地起伏與之前公布的台灣大地起伏模型 (Twgeoid) 相比，我們可以看出來其精度在非山區處皆與本地的大地起伏模型差異不大，可見已達相當等級 (表 6-1)，而 RTM 效應我們可利用兩種不同解析度的 DEM 來模擬平均地形面與真實地形面，可用 FFT 方法計算之。

精算出的大地起伏計算結果如圖 6-1 所示，中央山脈的大地起伏較高，最高可達 28 公尺，而花蓮外海一帶則偏低，僅約 12、13 公尺，整體而言，台灣大地起伏值約介於 18 至 28 公尺之間。以台灣僅約 3 萬 6 千平方公里的面積，此大地起伏的變化量是相當大的。

表 6-1 長波長大地起伏模式精度評估 (單位：公尺)

Leveling route	model	Max	Min	Mean	Std dev
北部	Twgeoid	-0.0128	-0.279	-0.178	0.045
	EGM08	-0.068	-0.163	-0.113	0.032
東部	Twgeoid	-0.227	-0.336	-0.284	0.033
	EGM08	-0.245	-0.380	-0.313	0.047
中部	Twgeoid	-0.203	-0.564	-0.340	0.144
	EGM08	0.755	-0.219	0.207	0.411
南部	Twgeoid	-0.417	-0.626	-0.483	0.059
	EGM08	0.040	-0.386	-0.280	0.125

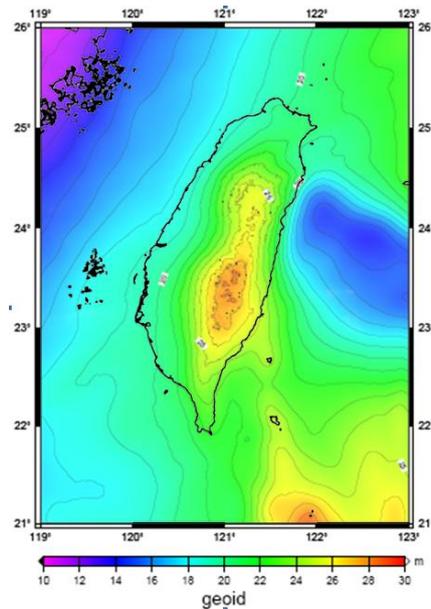


圖 6-1 台灣新大地起伏網格

爲了測試大地起伏的精度，中興測量公司與國土測繪中心，曾篩選 38 點對空通視良好的一等一級水準點(圖 6-2)，進行 24 小時的 GPS 觀測並利用 Bernese 5.0 軟體處理解算，加上其毫米等級的水準正高精度，故這 38 個點具有高精度的大地起伏值，非常適合用於檢核大地起伏精度。此 38 個檢核點分為四段路線，依序分佈於台灣北部、東部、中部、南部四處，依序為第一段為北部濱海路線，分佈在台北縣北部，由埤島社區沿台 2 線由台北縣往西至宜蘭縣橋板湖；第二段為台 9 線花東路段，分佈在花蓮縣，由吉安新站開始，沿台 9 線往南至富里節點；第三段為中橫路段，分佈在南投縣、花蓮縣，由草屯節點開始，沿台 14 線、台 8 線往東至大禹嶺節點；第四段為南橫路段，分佈在台南縣市、高雄縣，由台南節點開始，沿台 20 線往東至高雄縣。詳細各點之點號、點名及種類參考表 6-2。

在比較時，將各測試路線上各點位之實測大地起伏值與內插至重力大地起伏模型所得的值相減，可得到兩者之差值，藉由分析此差值的統計結果，可得重力法大地起伏的精度。

表 6-2 各點之點號、點名及種類對照表(皆為一等一級水準點)

點號	點名	點號	點名
2010	埤島社區	C045	清境農場
2018	白沙灣	C056	鳶峰
2023	水流宮	C060	雪地救護站
2043	忠孝宮	C065	小風口
2052	龍洞港	J005	開運橋
2057	鹽寮海濱公園	J008	玉新加油站
2065	鶯歌石	J012	湖底橋
2072	橋板湖	J019	四埔橋
9106	吉安新站	J025	供德宮
9112	壽豐車站	J035	妙通寺
9115	溪口社區	J043	桃源鄉運動場
9120	公路公園	J063	台 20 線 134K 處
9128	大興	X004	光復節點
9138	舞鶴北迴公園	X006	埔里節點
9143	太平溪橋	X015	金山節點
9147	玉里大橋	X115	草屯節點
C013	雙冬	X210	台南節點
C021	茅埔	X301	大禹嶺節點
C038	凌雲山莊	X306	富里節點

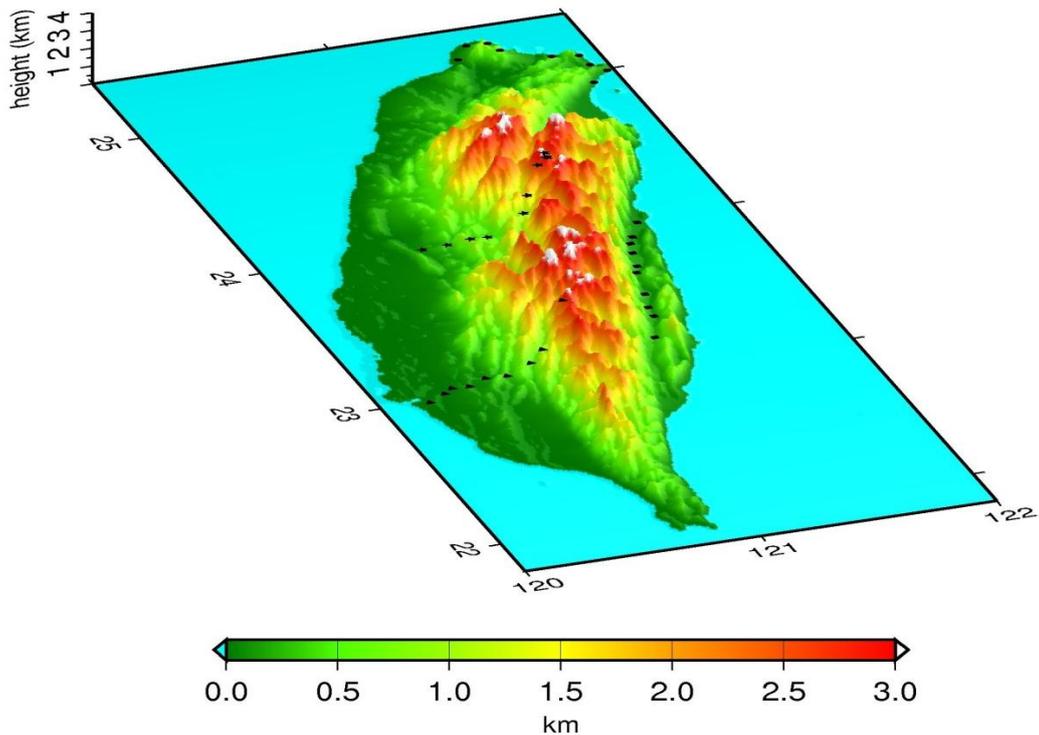


圖 6-2 大地起伏檢核路線分佈圖。圖中圓形、星形、三角形、方形黑點分別代表北、中、南、東檢測路線。底圖代表地形。

用 4 條水準路線所檢核的大地起伏精度如表 6-3 所示，整合了最新的重力資料並經過編輯處理後所計算出來的大地起伏模型。由表中可發現，整體精度平均，就算在山區的部分精度也不超過 10 公分。

表 6-3 最新大地起伏精度分析結果(unit: meter)

Leveling route	Max	Min	Mean	Std dev
北部	-0.151	-0.226	-0.196	0.026
東部	-0.118	-0.393	-0.249	0.079
中部	-0.015	-0.287	-0.129	0.088

南部	-0.231	-0.398	-0.323	0.063
全區	-0.015	-0.398	-0.222	0.098

大地起伏值 N 又可和地球半徑 R 、經度 λ 、緯度 ϕ 推導成 (6-1)、(6-2) 式

$$\xi = -\frac{dN}{ds_\phi} = -\frac{1}{R} \frac{\partial N}{\partial \phi} \quad (6-1)$$

$$\eta = -\frac{dN}{ds_\lambda} = -\frac{1}{R \cos \phi} \frac{\partial N}{\partial \lambda} \quad (6-2)$$

式中之 ξ 和 η ，則為垂線偏差之南北、東西分量。

利用現有資料計算 (6-1)、(6-2) 式，所得之的布格重力異常網格模型及垂線偏差模型分別為下圖 6-3、6-4。由圖 6-4 所示，台灣地區的東西方向垂線偏差值，較南北方向此垂線偏差值為大。為了檢核此垂線偏差的精度，吾人選擇台灣八個天文觀測點(如圖 6-5)，八點皆已天文觀測的方法得到南北、東西方向垂線偏差值(Hwang, 1997)，故精度頗高。吾人將此天文觀測值，減去此八點內插到此南北與東西向垂線偏差網格內的值，結果如表 6-4 所示。由表中看出，大部分的差值均不及 1 秒，但也有一些較大的差值，約達 4~6 秒。

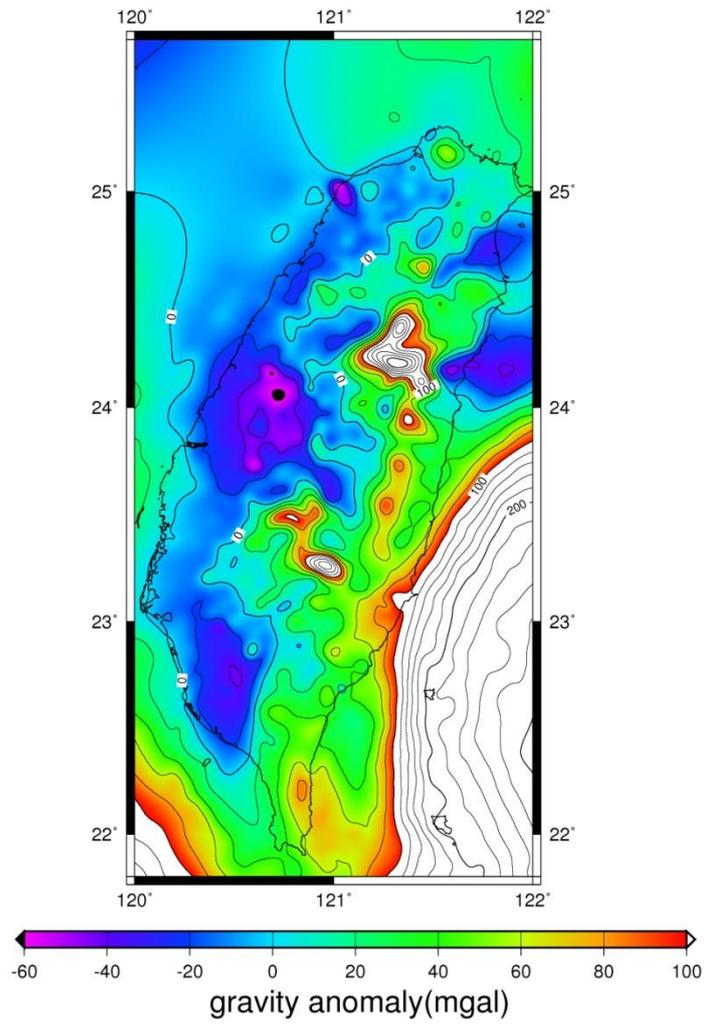


圖 6-3 布格重力異常網格模型

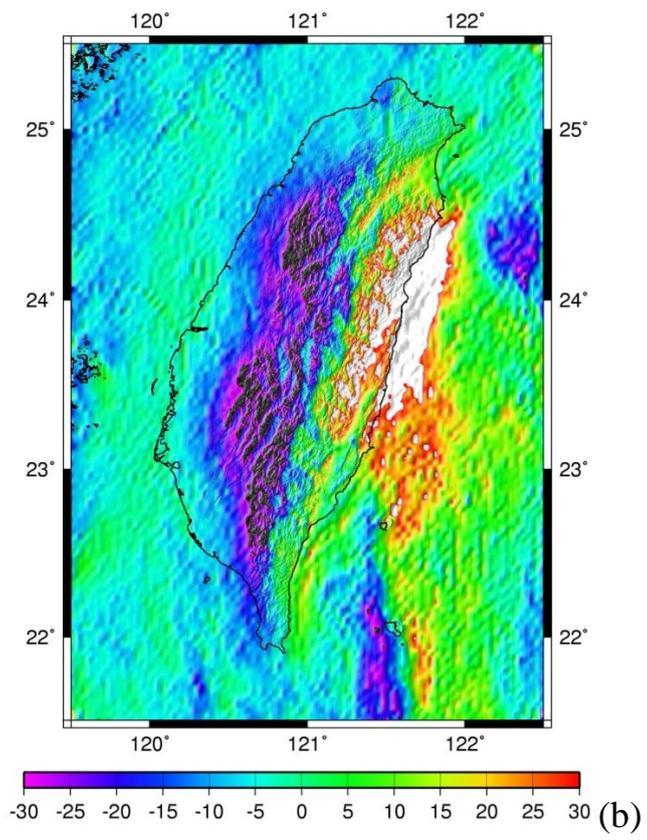
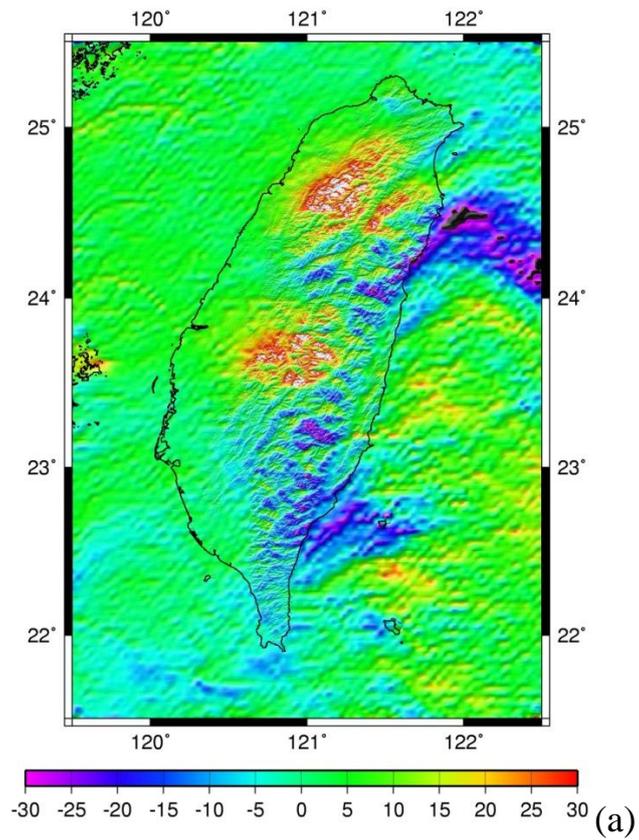


圖 6-4 台灣垂線偏差圖 (a)南北方向 (b)東西方向 單位：秒

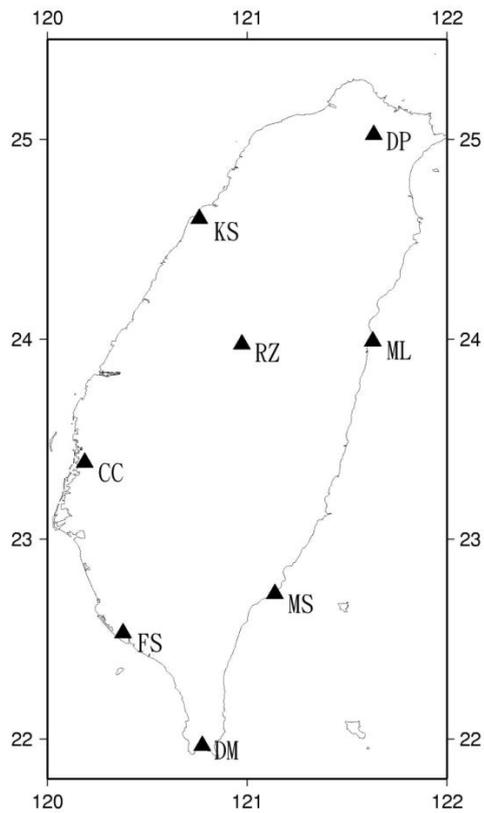


圖 6-5 天文觀測點分佈圖

表 6-4 天文觀測點檢核垂線偏差的值(單位：秒)

	南北方向差	東西方向差
DP	-3.16	0.30
KS	1.71	-0.94
ML	-4.33	1.78
CC	2.25	-2.14
MS	-0.27	5.08
FS	0.17	-0.45
DM	1.16	-2.19
RZ	4.11	-1.92

第七章 GPS 連測成果及高程基準差異求定

7-1 本島一離島高程連測之 GPS 及水準作業

1. GPS 前置作業

本案小組先選擇四點水準點，加入本期離島高程連測作業。此四點分別為：(1)TG01：基隆鄰近一等水準點，內政部提供水準資料；(2)FUGN：富岡潮位站附近固定 GPS 接收站，內政部提供水準資料；(3)LC01：小琉球鄰近一等水準點（內政部，2004）；(4)LD01：綠島鄰近一等水準點，內政部提供水準資料；(5)LY02：蘭嶼鄰近一等水準點，內政部提供水準資料。表 7-1 為 GPS 觀測各點時所使用儀器及天線盤之型號，圖 7-1 則為各觀測點之位置圖。

表 7-1 GPS 觀測各點使用儀器及天線盤之型號

觀測時間	觀測點	儀器型號	天線盤型號	測站形式
96 年 11 月 3 日 ~ 5 日	TG01	TRIMBLE 5700	TRM41249	外業擺站
	LC01	TRIMBLE 5700	TRM41249	外業擺站
	LD01	TRIMBLE 5700	TRM41249	外業擺站
	LY02	TRIMBLE 5700	TRM41249	外業擺站
	FUGN	TRIMBLE 5700	TRM41249	潮位站

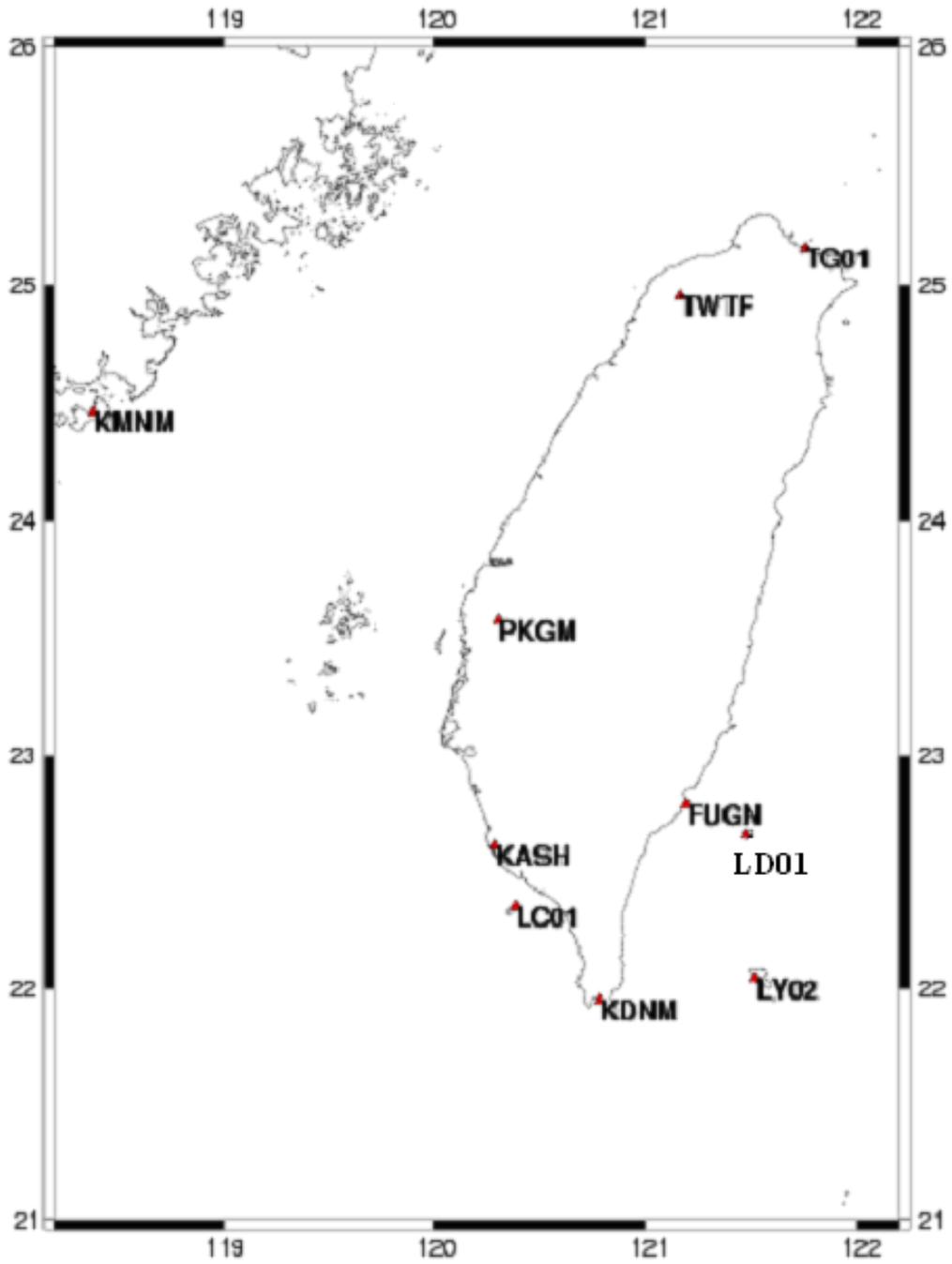


圖 7-1 GPS 觀測點位置圖

7-2 GPS 計算成果

96 年 11 月 3 日 13:00 至 5 日 14:00，本案小組分別在基隆、綠島、小琉球、蘭嶼四地擺站，結合內政部提供富岡(FUGN)及 IGS(TWTF)等站，同時做 GPS 觀測，並由內政部地政司衛星測量中心之網站 (<http://www.moidlassc.gov.tw/>)，申請包含鳳林(欠缺)、墾丁(KDNM)、金門(KMNM)、馬祖(MZUM)、北港(PKGM)、太麻里(TMAN)、東沙(欠缺)、陽明山(欠缺)等衛星追蹤站三日之觀測資料。本次計算係以位處歐亞板塊之金門衛星追蹤站 (KMNM)為固定站。此次觀測數據，以 Bernese5.0 軟體計算之為主，計算成果如表 7-2~7-6 所示。

連測點對空通視對定位結果好壞影響甚大，本年度 GPS 連測作業，在滿足短距離內橢球高差等於正高差的假設下，將原來在一等水準點上的觀測點位附近尋找對空通視良好，避免對衛星訊號遮蔽的環境下，訂立一連測點 GPS 觀測臨時點，並進行高精度之水準測量，連結水準點與連測點 GPS 觀測臨時點之高程，有效的使用 GPS 來觀測各待測點之與高程值。連結水準點與 GPS 觀測臨時點之高程，其水準測量數據如表 7-7。此次作業因為原點位 GPS 作業環境不佳而訂立連測點 GPS 觀測臨時點的點位有基隆 (TG01-A)、小琉球 (LC01-A)、綠島 (LD01-A)，蘭嶼由於 (LY01) 風力過強，且附近有山壁影響對空通視，故周圍訂立一 GPS 觀測臨時點不易，故本案

小組在與符合優良 GPS 觀測的條件下選於 LY02 進行 GPS 連測。為了本次高程連結之精度考量，GPS 觀測精度影響至大，並不適宜在 LY01 進行連測，故建議變更連測點至 LY02；本校已於 97 年 2 月 29 日交大工土字第 0970003061 號函請貴中心，貴中心業於 97 年 3 月 6 日測企字第 0970002190 號函同意變更連測點至 LY02。

由表 7-2~7-6 看來，每天的 GPS 觀測量高程分量變動皆在一公分左右甚至更好，有效的改進因為連測點對空遮蔽而產生的定位精度不佳所造成的影響。

表 7-2 96 年基隆測站解算出結果 X,Y,Z 轉換 TWD97 投影坐標

點名	觀測時間	X	Y	Z
TG01-A	11/3	-3039889.8535	4912222.3406	2694648.1721
TG01-A	11/4	-3039889.8504	4912222.3270	2694648.1676
TG01-A	11/5	-3039889.8542	4912222.3390	2694648.1695
TWD97 投影坐標				
點名	觀測時間	N	E	h
TG01-A	11/3	2783170.5719	325708.3612	22.8912
TG01-A	11/4	2783170.5735	325708.3657	22.8773
TG01-A	11/5	2783170.5700	325708.3627	22.8892
TWD97 各分量標準差				
TG01-A	ΔN	ΔE	Δh	
	± 0.0025	± 0.0029	± 0.0099	

表 7-3 96 年小琉球測站解算出結果 X,Y,Z 轉換 TWD97 投影坐標

點名	觀測時間	X	Y	Z
LC01-A	11/3	-2984872.9364	5091217.7369	2410775.0771
LC01-A	11/4	-2984872.9418	5091217.7447	2410775.0823
LC01-A	11/5	-2984872.9439	5091217.7399	2410775.0775
TWD97 投影坐標				
點名	觀測時間	N	E	h

LC01-A	11/3	2472939.9798	186369.0081	26.5018	
LC01-A	11/4	2472939.9810	186369.0088	26.5125	
LC01-A	11/5	2472939.9777	186369.0130	26.5078	
TWD97 各分量標準差					
LC01-A	ΔN		ΔE		Δh
	± 0.0024		± 0.0035		± 0.0065

表 7-4 96 年綠島測站解算出結果 X,Y,Z 轉換 TWD97 投影坐標

點名	觀測時間	X	Y	Z	
LD01-A	11/3	-3074555.0494	5022340.1525	2442130.0105	
LD01-A	11/4	-3074555.0561	5022340.1680	2442130.0173	
LD01-A	11/5	-3074555.0607	5022340.1593	2442130.0099	
TWD97 投影坐標					
點名	觀測時間	N	E	h	
LD01-A	11/3	2506823.4402	298707.5165	27.5109	
LD01-A	11/4	2506823.4400	298707.5141	27.5289	
LD01-A	11/5	2506823.4352	298707.5226	27.5214	
TWD97 各分量標準差					
LD01-A	ΔN		ΔE		Δh
	± 0.0038		± 0.0061		± 0.0109

表 7-5 96 年蘭嶼測站解算出結果 X,Y,Z 轉換 TWD97 投影坐標

點名	觀測時間	X	Y	Z	
LY02	11/3	-3091976.3067	5042118.0547	2378999.3258	
LY02	11/4	-3091976.3013	5042118.0566	2378999.3213	
LY02	11/5	/	/	/	
TWD97 投影坐標					
點名	觀測時間	N	E	h	
LY02	11/3	2438581.3131	303453.8401	33.0092	
LY02	11/4	2438581.3093	303453.8345	33.0064	
LY02	11/5	/	/	/	
TWD97 各分量標準差					
LY02	ΔN		ΔE		Δh
	± 0.0049		± 0.0053		± 0.0020

表 7-6 96 年富岡測站解算出結果 X,Y,Z 轉換 TWD97 投影坐標

點名	觀測時間	X	Y	Z
FUGN	11/3	-3046943.8093	5032655.2546	2455384.4365
FUGN	11/4	-3046943.8133	5032655.2644	2455384.4424
FUGN	11/5	-3046943.8129	5032655.2614	2455384.4398
TWD97 投影坐標				
點名	觀測時間	N	E	h
FUGN	11/3	2521125.6482	269729.5198	31.2214
FUGN	11/4	2521125.6496	269729.5181	31.2333
FUGN	11/5	2521125.6483	269729.5193	31.2298
TWD97 各分量標準差				
FUGN	ΔN	ΔE	Δh	
	± 0.0010	± 0.0011	± 0.0072	

表 7-7 GPS 觀測點與連測點 GPS 觀測臨時點點之水準測量數據

連測點	連測點 GPS 觀測臨時點	高程差 (連測 點-偏心點)	閉合差	水準測量路 線長
TG01	TG01-A	-1.8522m	0.67mm	289m
LC01	LC01-A	-1.3370m	0.33mm	126m
LD01	LD01-A	1.1430m	1mm	164m



(a)



(b)



(c)



(d)

圖 7-2 連測點 GPS 觀測臨時點位置圖 (a)TG01-A (b)LC01-A
(c)LD01-A (d)LY02

7-3 大地法連測成果

利用大地法連測的原理，我們有了橢球高、大地起伏值與各地高程基準公布的正高值，可用來計算高程基準差異，成果如表 7-8。本文中利用正高的基本定義，很清楚地有下列關係式

$$H_i = h_i - N_i \quad (7-1)$$

其中 H_i 為潮位站 i 點的正高值， h_i 及 N_i 分別為 i 點的橢球高及大地起伏，然而對於區域的高程系統而言，其起算點並非為大地水準面而是經過長時間觀測所得的平均海面，此間的差異為海面地形 SST_i ，而各區域公布的正高值我們將其視為 H_i 。

隨著各點所處的高程系統不同，其起算面也不同，若以大地水準面為基準，各區域高程基準的差值即為海面地形差。

$$\Delta SST = (H_i - H_i') - (H_j - H_j') = (h_u - N_i - H_i') - (h_j - N_j - H_j') \quad (7-2)$$

由以上關係式我們可以看到若是欲求出兩地高程基準的差異，可必須知道兩地的橢球高、大地起伏值及各自高程系統所公布的正高值，橢球高利用 GPS 觀測求得，大地起伏值則利用重力資料計算大地起伏模式求得。 Δh 為兩地連測點的橢球高差， ΔN 為大地起伏高差， ΔH_s 為大地法求出的正高高差， ΔH_p 為利用各自公布之高程（為各地公布之平均海面）所求得之正高差異， ΔSST 為海面地形差異（也就是最終的連測結果。）

表 7-8 高程連結成果

	Δh (m)	ΔN (m)	ΔH_g (m)	ΔH_p (m)	ΔSST (m)	$\sigma_{\Delta SST}$ (m)
LC-KL	3.140	0.230	2.910	2.732	0.178	0.139
LD-KL	6.633	4.062	2.571	2.241	0.330	0.139
LY-KL	10.977	4.388	6.588	5.715	0.873	0.138

ΔH_g : from geodetic method ΔH_p : using published orthometric height data

由表 7-8 中可以看出，綠島的高程基準較 TWVD2001 高 33.0 ± 13.9 cm；蘭嶼的高程基準較 TWVD2001 高 87.3 ± 13.8 cm。

7-4 海洋法成果

7-4-1 DUPOM 模式成果

本案以 DUPOM 東亞海(East Asian Seas)空間解析度 $1/8^\circ \times 1/8^\circ$ 之模式(Jan et al., 2006)計算，並以 DUPOM 模式累積計算至第 10 年之結果作為分析資料。第 10 年年平均海面地形及每月海面地形，如圖 7-3 及圖 7-4，圖中白色部份表無資料，台灣海峽之海面地形呈現東高西低及南高北低現象，台灣海峽之海面地形比台灣東部海域低，海面地形正值隨季節會出現於台灣西南海域及東部海域。

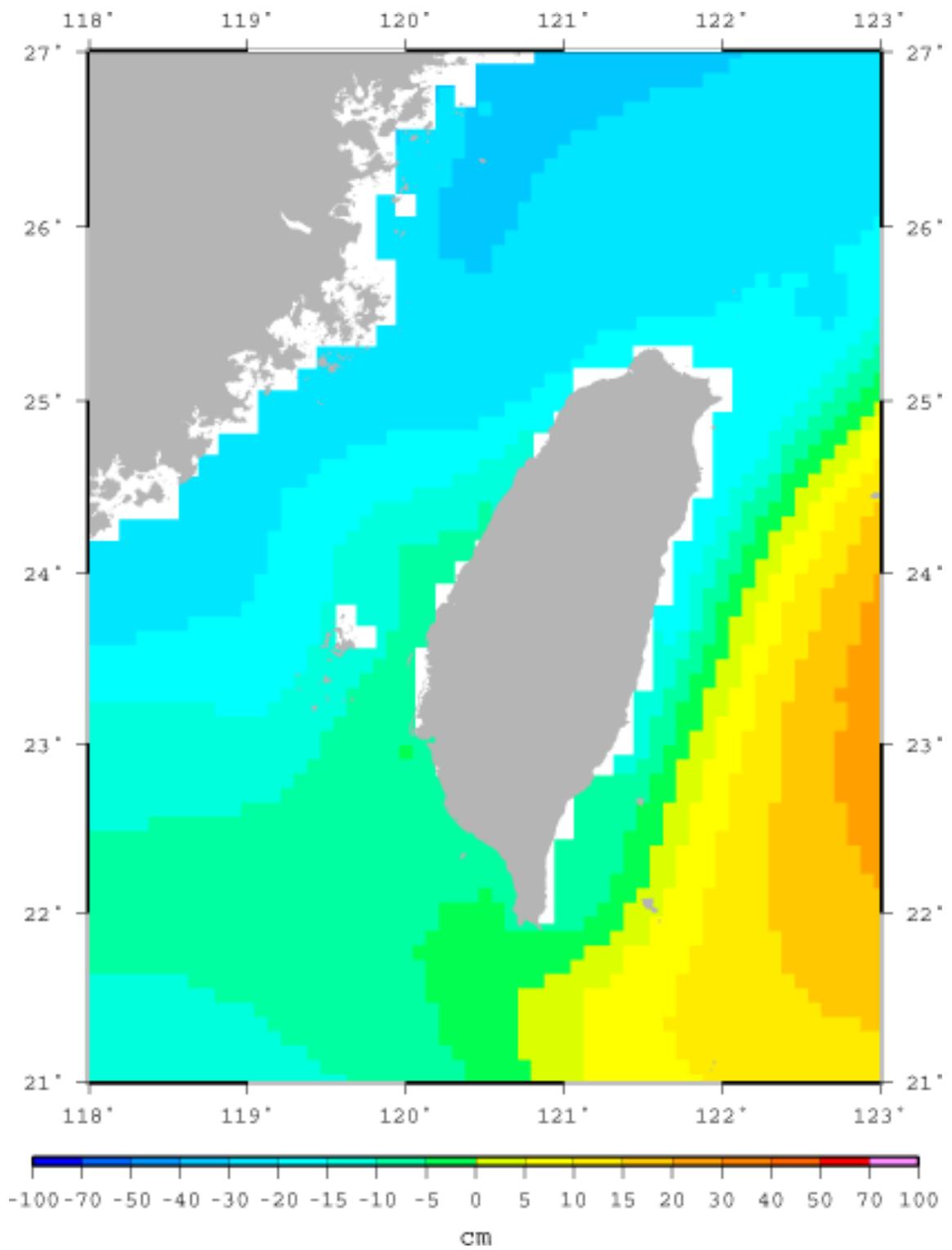


圖 7-3 累積計算至第 10 年年平均海面地形(Jan et al., 2006)

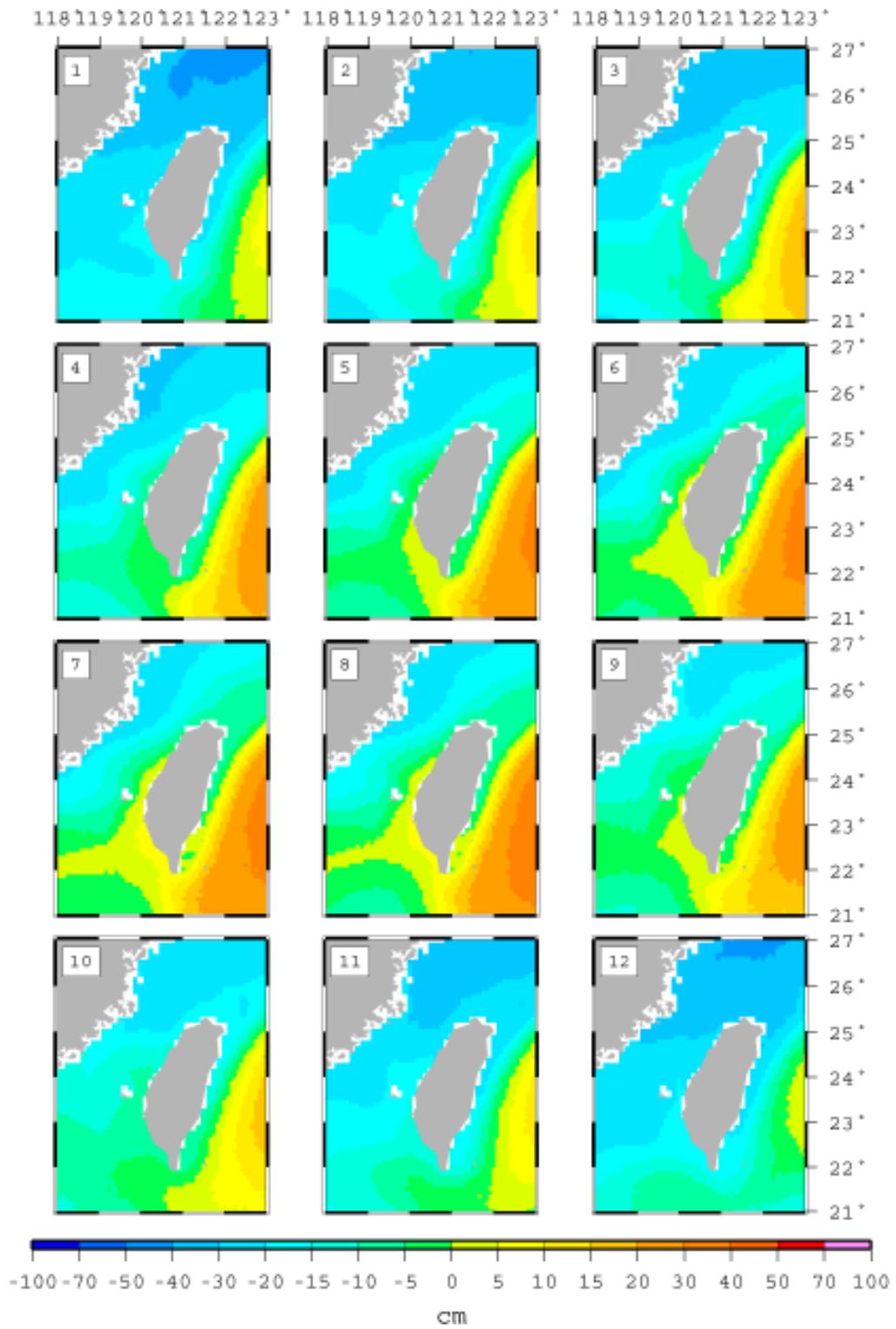


圖 7-4 累積計算至第 10 年每月海面地形(Jan et al., 2006)

7-4-2 POM 模式成果

北太平洋模式之模式範圍為 16°S 到 60°N，99°E 到 77°W（如圖 1a 所示），其水平方向採非均勻解析度，赤道附近最粗（約 40 公里），北邊界最細（約 20 公里），垂直方向包含了 26 個 sigma 層。東亞邊緣海模式範圍為 0 到 42°N，99°E 到 140°E，包含黑潮的上游及下游區，南海（South China Sea），東海（East China Sea），但不包含黑潮續流區（如圖 1b 所示）；此模式之水平解析度為 1/8 度，垂直方向亦有 26 個 sigma 層。在模式地形的使用方面，在台灣附近採用國家海洋科學研究中心（National Center for Ocean Research）第 5 版之數值地形資料，其它區域則是採用 ETOPO5 之海洋地形資料。

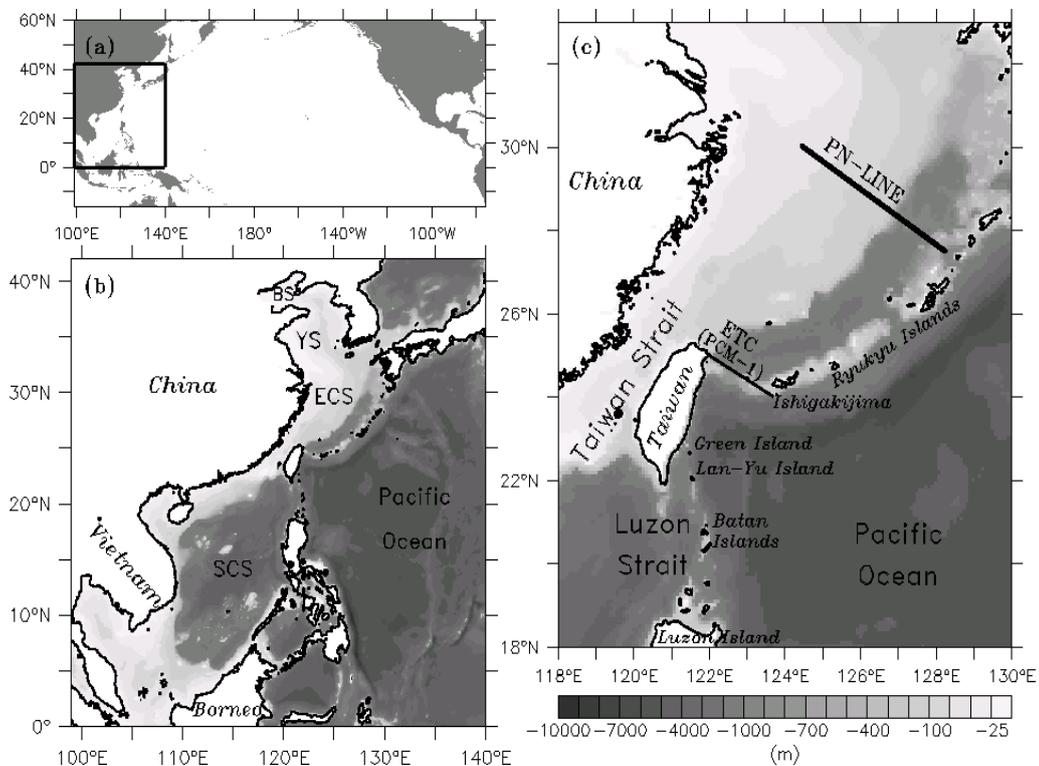


圖 7-5 巢狀模式系統

在開口邊界條件方面，利用單向巢狀嵌套（one-way nesting）方式提供北太平洋模式之資料至東亞邊緣海模式之邊界條件，包含：海面高度場、2 維與 3 維之速度場、溫度場以及鹽度場。模式使用之表面外力取自 NCEP/NCAR（National Centers for Environmental Prediction/National Center for Atmospheric Research）之海面風場資料以及 AVHRR（Advanced Very High Resolution Radiometer）之海面溫度資料。

模式先利用氣候平均風場及海面溫度場驅動 50 年，再利用每日 4 筆之風場資料，繼續驅動模式由 1941 年至 2005 年。而海面溫度資料在 1982 年以前是使用 NCEP/NCAR 資料（每日 4 筆，2.5 度解析度），1982 年以後則是使用最佳化內插之資料（每週 1 筆，1 度解析度）。此研究採用東亞邊緣海模式 1982~2005 年（共 24 年）之資料來探討臺灣東岸海面地形（SST）之時間與空間的變異性。東亞邊緣海模式的設定與驗證可以參照（Wu and Hsin, 2005; Wu et al., 2008; Hsin et al., 2008）。

圖 7-6 是將 EAMS 數值模式 10 年平均（1993~2002）的海面地形（SST）與人造衛星（Archiving, Validation and Interpretation of Satellite Oceanographic data, AVISO）的 SST，兩者作統計相關研究，可以發現兩者的相關係數相當高，在臺灣東部海域都在 0.7 以上，表示數值模式可以真實地模擬出臺灣附近海域的 SST。

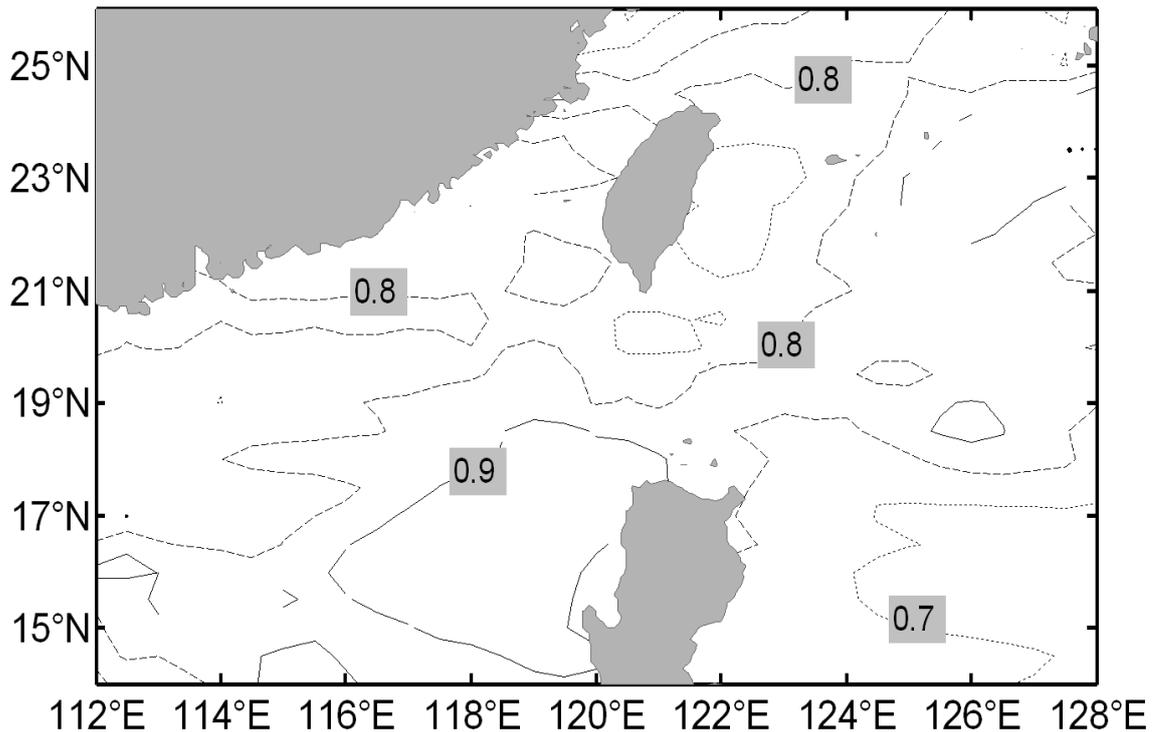
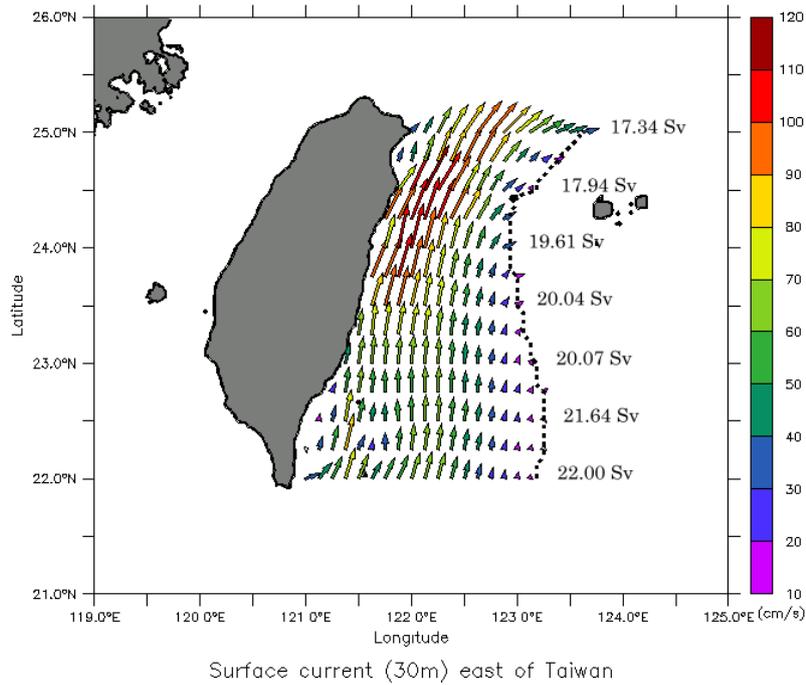
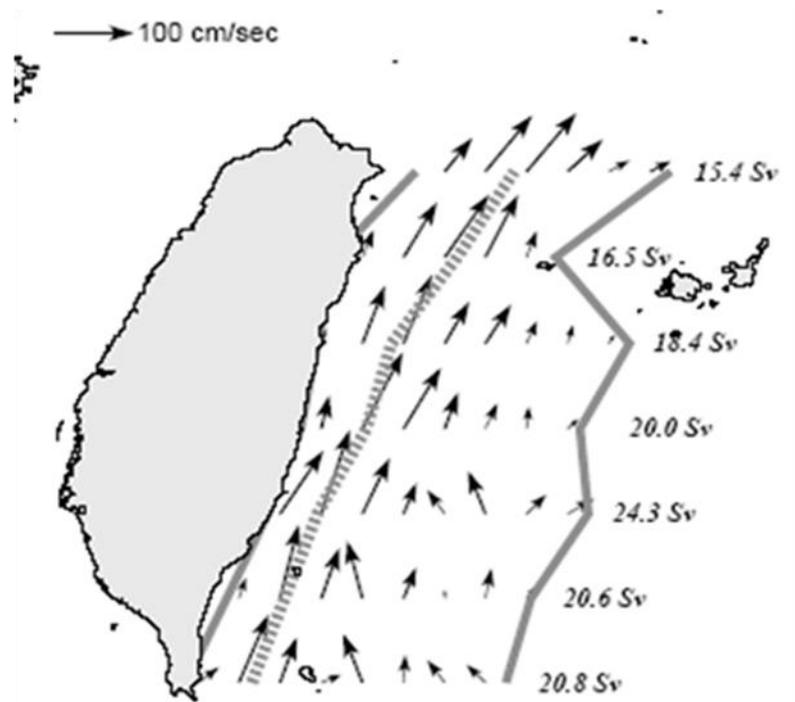


圖 7-6 數值模式與人造衛星的 SST 相關係數

另外，我們也比較了東部海域的海流流況（數值模式要能夠模擬出正確的 SST，才有可能模擬出正確的海流），圖 7-7 是東部海域黑潮的時空分布、路徑變化與流量，我們的模擬重現了黑潮的流場型態，不管是流速、流幅、主軸位置、垂直流場分布等都跟有限的觀測相當一致，此模式模擬之 0~300 m 流量值不管在趨勢或是量值上均與 Liang et al. (2003) 由船碇式都卜勒流剖儀所得之結果一致 (Hsin et al., 2008)。



(a)



Sb-ADCP survey (1991-2000),
Liang et al.(2003), DSR II

(b)

圖 7-7 (a)模式模擬之海流 (0~300m) 分布圖 Liang et al. (2003)由船

碇式都卜勒流剖儀所得之結果(b)

以 POM 模式 1982-2005 年 24 年之計算成果作為分析資料，每年輸出 1 個 Mean SST 網格檔，網格解析度 $1/8^\circ \times 1/8^\circ$ ，如圖 7-8。

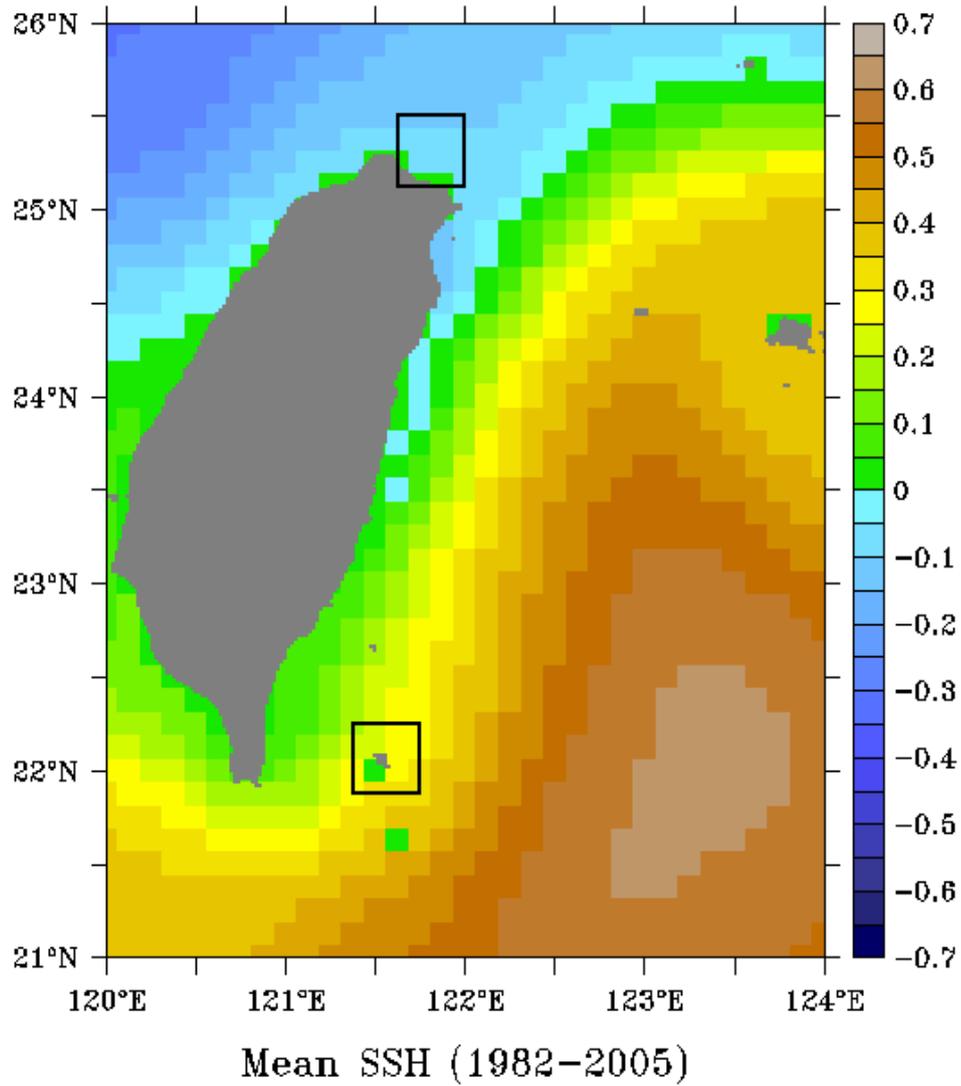


圖 7-8 POM 模式海面地形

7-4-3 海洋法成果比較

(一) DUPOM 10 年 Mean SST 網格資料

	10 年平均 值 (cm)	標準 差 (cm)	Mean SST 之 差值 以基隆為準 (cm)	標準 差 (cm)
TG01-A(基隆)	-34.71	19.18	0	
TG76(綠島)	-11.93	18.48	22.78	26.64
TG75(蘭嶼)	5.52	24.07	40.23	30.78

(二) POM 24 年 Mean SST 網格資料

	24 年平均 值 (cm)	標準 差 (cm)	Mean SST 之 差值 以基隆為準 (cm)	標準 差 (cm)
TG01-A(基隆)	-8.76	4.65	0	
TG76(綠島)	17.28	3.24	26.03	5.66
TG75(蘭嶼)	26.48	3.17	35.24	5.62

由 DUPOM 10 年及 POM 24 年 Mean SST 網格資料的成果來看，兩者海洋法的成果算是相當一致。另外海洋法所計算之標準差並不具有精度的意義，因為潮汐本來就有隨著時間變化的趨勢(天文潮及各種分潮)，並不是每一年的潮汐平均值都在同一個平面上，因此海洋法所計算之標準差僅代表這段期間內各時段潮汐對於平均值擺動的程度有多大而已。

7-5 大地法連測成果與海洋法比較

將大地法的成果與 DUPOM 10 年及 POM 24 年 Mean SST 網格資料的成果作比較，其中綠島的差值還算一致，差異不超過 10 公分，但蘭嶼的結果很明顯有相當大的差異。

研判可能有兩種狀況：

1. 一種是假設海洋法的成果是正確的，假設蘭嶼與基隆平均海水面差值確實是約 35cm，這表示蘭嶼當初訂高程基準時所用潮位站的平均潮位資料不在平均海水面上，蘭嶼高程基準當時是使用 82 年~91 年(83 年無紀錄)的潮位資料，有可能這 8 年的平均值無法代表蘭嶼真實的平均海水面，也可能因蘭嶼潮位計是壓力式型式，過去壓力式潮位計常有保養後潮位計的基準不一樣，資料很亂，所以當時 8 年的平均值無法代表蘭嶼真實的平均海水面，也就是說蘭嶼的高程基準並不在蘭嶼的平均海水面上。
2. 另一種狀況是蘭嶼和基隆的平均海水面之差值確實是 87.3cm (大地法)，蘭嶼的高程基準也確實在蘭嶼的平均海水面上，那表示可能因海洋法的解析度並不高，無法真實地計算出每個地方的 SST。總之，以上兩種狀況都有可能，也可能這兩種狀況同時存在。但不論如何，不影響大地法所計算的結果，或許大地法成果不代表基隆和各離島之間真實的平均海水面差異(這和當初各離島高程基準之訂定有關)，但大地法成果真實地代表基隆和各離島之間的高程基準差，也就是真實地代表基隆和各離島之間高程系統的差異。

第八章 結論與建議

8-1 結論

(1) 潮位資料蒐集與平均海水面分析

已蒐集基隆、小琉球及高雄逐時潮位資料。得基隆於 1991-2006 年之潮位計平均讀數為 99.11cm，綠島於 2002-2006 年之潮位計平均讀數為 86.75cm，蘭嶼於 1995-2006 年之潮位計平均讀數為 166.31cm。

如第三章內強調的，本案旨在求得高程基準之差異，為避免誤解必須特別說明在此計算之平均海水面乃是合約規範之一，並不會對高程基準差異的數字產生影響。

(2) 重力資料蒐集

蒐集台灣已有的陸測重力、船測重力空載及衛星測高重力資料。綠島、蘭嶼測區船載重力精度皆在 2 mgal 以內。

(3) 大地起伏模式

以蒐集完成的重力資料計算之大地起伏模式，較過去模式準確，可參考表 6-3，全台灣地區包含山區的精度皆在 10 公分以內。

(4) 大地法及海洋法連測結果

大地法求得基隆-綠島間之高程基準差異為 33.0cm (即:自大地水準面起算，綠島之平均海水面較基隆平均海水面高 33.0cm)；基隆-蘭嶼間之高程基準差異為 87.3cm (即:自大地水準面起算，蘭嶼之平均海水面較基隆平均海水面高 87.3cm)。而利用 DUPOM 海洋動力法所求得

基隆-綠島之高程基準差異為 22.78cm；基隆-蘭嶼之高程基準差異為 40.23cm。利用 POM 模式，基隆-綠島之為 26.03cm；基隆-蘭嶼之高程基準差異為 35.24cm。

海洋法因為其資料邊界條件、參數率定等等原因會造成不同結果，且存在解析度不高的問題，因此本團隊認為大地法的連測成果才能應用在高程連測上，亦是本案最重要的精神，未來待澎湖的連測工作亦完成之後，本團隊計畫統一並整理所辦各離島之高程連測成果，利用最新的資料檢驗各年的成果並做成一報告書，並公告其值以利實務應用。

8-2 建議

- (1) 近岸船測的精度跟海象有關係，未來應如何建立完整的船測規範、以及施測天氣限制，並研究天候、波浪到底帶來多大的影響量，是吾人仍需繼續努力的目標。
- (2) 目前已加入內政部一、二等重力資料於已有的重力，使用較好的長波長重力模式(例如由 GOCE 求得之模式)，已進一步提升大地起伏模式精度，未來如何將現有的重力資料作一整合，並研究更佳的大地起伏計算方法，是一有挑戰性且並需進行的課題。

- (3) 現有的大地起伏精度評估只能依賴台灣本島上 38 個檢核點，若能有更多的檢核點資料應可提升大地起伏精度評估的可靠性，更期許在各離島也能有大地起伏檢核點的資料以供高測量測精度評估。
- (4) 內政部應統一潮位平均值計算法，且應與潮位站管理單位協商，爾後有任何潮位儀之量測參考點或常數的變動，皆應詳實量測及記錄變動前後的差值，以延伸潮位站觀測資料的可參考性。
- (5) 使用較好之海深及風場資料及動力方程式之相關參數，計算長時間（19 年以上）之 SST，求更具代表性之 SST 值。
- (6) 本計畫為 96 年度計畫，執行迄今已跨越 4 個年度，其遭遇最大的阻礙便是海上船載重力測量的部分，因為近岸所用船隻較小，受風浪影響大，因此一年內能夠施測的天數並不多，中間經過了儀器故障、新儀器的交接、莫拉克颱風造成的漂流木種種問題，以致計畫一再申請展延。本團隊與貴中心經過這些年來也吸收了不少經驗，相信未來的溝通與合作能夠更為順利，克服種種困難。此外，建議船載重力儀能夠每年送回原廠保養及維修，相信對各個用到重力儀的單位都是美事一樁。

參考文獻

- 中央氣象局, <http://www.cwb.gov.tw/V4/index.htm>。
- 內政部「離島潮位站資料蒐集及分析工作」工作總報告書, 2003。
- 內政部國土測繪中心, 「台灣本島與離島高程連測計畫 95 年度連測作業期末報告」, 2006。
- 胡明城、魯福, 現代大地測量學, 測繪出版社, 北京, 1994。
- 陳春盛, 「一等二級水準點上實施重力測量工作報告書」, 內政部, 2003。
- 黃金維、郭重言、儲慶美、甯方璽, 台灣重力網平差及重力資料整合, 測量工程, 第 40 卷, 第三期, 第 71-82 頁, 1998。
- 黃金維, 「一等等級水準點上實施重力測量工作報告書」, 內政部, 2001。
- 黃金維, 「空載重力測量工作報告書」, 內政部, 2005。
- 黃金維, 台灣地區大地起伏模式精度評估報告書, 內政部, 2003。
- 莫志明、王建華、羅志才、郭志和、徐菊生, 卓力格圖, 中國大陸和香港高程基準面重力位差的測定, 大地測量與地球動力學, 第 24 卷第 1 期, 36-40 頁, 中國國家地震局, 武漢, 2004。
- 管津霖、管錚、翟國君, 海面地形與高程基準, 測繪出版社, 北京, 148 頁, 1996。
- 劉文俊、吳文耀, 台灣海域潮汐特性之初步分析, 中央氣象局, 台北, 104 頁, 1996。
- 劉祐廷, 使用波形重定提升 Geosat/GM 測高精度與重力異常: 以台灣近海為例, 國立交通大學土木工程學系碩士論文, , 2005。
- 聯勤測量署, 大地測量手冊, 第 177 頁, 1978。
- Arabelos D, CC Tscherning, Improvements in height datum transfer expected from the GOCE mission, J Geod, 75, 308-312, 2001.
- Burša M., S. Kenyon, J. Kouba, Z. Šíma, V. Vatrt, V.E. Vitek, M. Vojtíšková, The geopotential value W_0 for specifying the

- relativistic atomic time scale and a global vertical reference system, *J Geod*, 81,103-110, 2007.
- Dietrich, D.E. and D-S. Ko, A Semi-Collocated Ocean Model Based on the SOMS Approach. *International J. Num. Methods in Fluids*, 19, 1103-1113, 1994.
- Doodson, A. T., The Harmonic Development of The Tide Generating Potential, *Proc. Roy. Soc. A*, 100, 1921.
- Ekman, M., and J. Mäkinen, Mean sea surface topography in the BalticSea and its transition area to the North Sea: A geodetic solution and comparisons with oceanographic models, *J. Geophys. Res.*, 101, pp.11993-11999, 1996.
- Featherstone, WE, Towards the unification of the Australian height datum between mainland and Tasmania using GPS and AUSGeoid98, *GEom Res Australia*, 3305, 2000.
- Foreman, M. G. G., Manual for Tidal Heights Analysis and Prediction, Pacific Marine Science Report, 77-10, Institute of Ocean Sciences, Patricia Bay, Sidney, B.C., 1977.
- GAMBLE, Sea surface heights error budgets and recommendations for future mission, Volume 1 - Basic procedures, EVRI-CT-2001-20009, 2003.
- Gill, S. K., and J. R., Schultz, Tidal Datums and Their Applications, NOAA, 2001.
- Godin, G., The Analysis of Tides, University of Toronto, 1972.
- Harlan, R., Eötvös corrections for airborne gravimetry, *J. geophys. Res.*, 73, pp. 4675-4679, 1968.
- Gill, S. K., and J. R., Schultz, Tidal Datums and Their Applications, NOAA, 2001.
- Godin, G., The Analysis of Tides, University of Toronto, 1972.
- Heck, B., and R. Rummel, Strategies for solving the vertical datum problem. In H Sunkel and T. Baker (eds.), *Sea Surface*

- Topography and the Geoid, IAG Symposium No. 104, pp. 116-128, Springer, Berlin, 1990.
- Heck, B., and R. Rummel, Strategies for solving the vertical datum problem. In H Sunkel and T. Baker (eds.), Sea Surface Topography and the Geoid, IAG Symposium No. 104, pp. 116-128, Springer, Berlin, 1990.
- Hsin, Y.-C., C.-R. Wu, and P.-T. Shaw, Spatial and Temporal Variations of the Kuroshio East of Taiwan, 1982-2005: A numerical study, *Journal of Geophysical Research*, 113, C04002, 2008.
- Hsu, SK., CS Liu, CT. Shyu, SY. Liu, JC. Sibuet, S. Lallemand, C. Wang and D. Reed., New Gravity and Magnetic Anomaly Maps in the Taiwan-Luzon Region and their Preliminary Interpretation, *TAO* 9, pp.509-532, 1998.
- Hwang, C., Y.S. Hsiao, H.C. Shin, M. Yang, K.H. Chen, R. Forsberg and A. V. Olsesen, Geodetic and geophysical results from a Taiwan airborne gravity survey: Data reduction and accuracy assessment, *J. J. Geophys. Res.*, 112, DOI:10.1029/2005JB004220, 2007.
- Ihde J, A Sanchez, A unified global height reference system as a basis. *J Geodynamics*, 40, 400-413, 2005.
- Jan, S., D.E., Dietrich, Y.-H. Tseng and Y. Yang, Development of a Low-dissipation, High-computational-efficiency Duo Grid Pacific Ocean Model (DUPOM), *Eos Trans. AGU*, 87(36), Ocean Sci. Meet. Suppl., Abstract OS46F-15, 2006.
- Jekeli, C, Heights, the geopotential and vertical datum, Rep 459, Dept of Geod Sci and survey, Ohio State University, Columbus.
- Lehmann R, Altimetry±gravimetry problems with free vertical datum, *J Geod*, 74, 327-334, 2000.

- Liang, W. -D., T. Y. Tang, Y. J. Yang, M. T. Ko, and W. -S. Chuang, Upper-ocean currents around Taiwan, *Deep-Sea Res., Part II*, 50, 1085 – 1105, 2003.
- Mellor, G. L., User's guide for a three-dimensional, primitive equation, numerical ocean model, Report., report, 53 pp., Program in Atmos. and Oceanic Sci., Princeton Univ., Princeton, N. J., 2004.
- NOAA, Tidal Datums and Their Applications, NOS CO-OPS1, Silver Spring, Maryland, 2000.
- Pope, A. J., The statistics of residuals and detection of outliers, Tech. Rep. NOS65 NGS1, Rockville, 1976.
- Pan, M, L. E. Sjöberg, Unification of vertical datums by GPS and gravimetric geoid models with application to Fennoscandia, *J Geod*, 72, 64-70, 1998.
- Rapp RH., and N Balasubramania., A Conceptual Formulation Of a World Height System, Report No. 421, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, 1992.
- Torge, W., Geodesy, Walter de Gruyter, Berlin, 2001.
- Tscherning, C.C. and R.H. Rapp (1974). Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations, and the deflections of the vertical implied by anomaly Degree-variance models, Reports of the Department of Geodetic Science, 208, Ohio State University, Columbus.
- Wu, C.-R. and Y.-C. Hsin, Volume transport through the Taiwan Strait : a numerical study, *Terrestrial, Atmospheric and Oceanic Sciences*, 16(2), 377-391, 2005.
- Wu, C.-R., H.-F. Lu, S.-Y. Chao, A numerical study on the formation of upwelling off northeast Taiwan, *Journal of Geophysical Research*, 113, C08025, 2008.

附錄一、審查意見辦理情形

審查委員	審查意見	修正辦理情形
高 委 員 書 屏	<p>1.第 2 章 2-1 連測原理圖 2-1,此圖非全球通用,僅限台灣地區,且各面非為平行的直線。文中“平均海水面之橢球高(h_{MSL})”一詞建議修正為平均海水面與橢球面之差值。另建議公式修正為</p> $h_{MSL} = h_{BM} - (\Delta H_{BM-TG} + H_{MSL}) = (N + \delta N) + SST$ <p>。</p>	已修正,見 P18。
	<p>2.P39 表 3-4 中各年度中潮位計平均讀數(cm)差異過大之年份應註明原因,如基隆 1998 年與 1999 年相差約 25cm,蘭嶼 1999 年與 2001 年相差約 93cm。</p>	已於第三章中註明差異過大之部分應係測站基準或潮位儀設置問題所致。
	<p>3.P81 表 5-7 及表 5-8 中,請說明 Std、RMS 代表何種意義。</p>	已加註說明解釋,見 P83。
劉 委 員 啟 清	<p>1.本計畫因儀器與天候關係,延續相當長的時間,相當辛苦,值得肯定。</p>	感謝委員肯定
	<p>2.P13 提到美國 NGVD29,並在 1973 年修正其值。而在表 1-2 中提到的美國高程基準(P17)是 NAVD88,二者不一致。且在 1973 年修改了何值?參考資料為何?並建議在 P13 頁中加入 NAVD88 之資訊。</p>	參考資料為美國 NGS 在網路上所公告,已加入參考文獻。NAVD88 資料列於表 1-2
	<p>3.P18 公式 $h_{MSL} = h_{BM} - (\Delta H_{BM-TG} + H_{MSL})$ 中,正高值是自當地平均海水面起算,那 $H_{MSL} \equiv 0$ 應該為 0,而 $\Delta H_{BM-TG} = H_{BM} - H_{TG}$,如此一來 $H_{BM} \neq H_{BM-TG} + H_{MSL}$,除非 $H_{MSL} = -H_{TG}$,那就不是從平均海水面起算了。還是 H_{BM}, H_{MSL} 與 H_{TG} 的起算點都不同?(不同高程系統)</p>	已於 p.18 註明 H_{MSL} 為潮位原點與平均海水面之高差(本量由潮位資料計算而得),並會同高委員意見將公式修改於 p.18。

	<p>假如 $h_{MSL} = h_{BM} - (\Delta H_{BM-TG} + H_{MSL})$</p> <p>$= (h_{BM} - H_{BM}) + H_{TG} - H_{MSL}$</p> <p>$= N_{BM} + (H_{TG} - H_{MSL})$ 若 $H_{MSL} = 0$ 表示自平均海水面起算，則所得的 h_{MSL} 只是 H_{TG} 的橢球高而已，故應注意符號使用之正確性。</p>	
劉 委 員 景 毅	<p>1.表 3-4 之各年度平均海水位值變化很大，應係測站基準或潮位儀設置問題所致，正確的做法應是進行潮位分析，調整基準，或將誤差大的資料移除。結論一將歷年平均海水位作算術平均，以求得歷年平均海水值的做法並不恰當。</p>	<p>已於結論當中將歷年之海水位做平均的作法移除，並強調此計算之平均海水面乃是為了完成合約規範，並不影響高程基準之計算。</p>
	<p>2.模式模擬成果之準確度與模式考慮之動力機制、輸入資料以及率定驗證過程有關。文中針對海洋動力法模擬過程的介紹太簡略，應加強說明模式模擬時使用之邊界條件、參數值以及率定驗證過程，以利模擬結果準確度之研判。</p>	<p>已於報告 7-4-2 POM 模式成果加入說明。</p>
	<p>3.本計畫使用不同方法估算海面地形(SST)，在結論 4 中並列大地法與海洋法計算得到之 SST 值，但何者為佳？應有所說明。大地法的計算成果是否較可靠？目前研究成果是否足以明確建議綠島、蘭嶼與本島的高程連測差值，以利於實務之應用。</p>	<p>感謝委員意見，已補充於結論 (4)。</p>
鄭 委 員 彩 堂	<p>1.本案規格書所列工作項目，在本期末報告中，似有部分未著墨(如研討會或期刊論文至少一篇...)，建議再予檢視各工作項目，納入本報告中。</p>	<p>已投稿期刊： 『利用 GPS、重力資料和大地法推求台灣海水面地形』。 http://jccit.ccit.nyu.edu.tw/ezfiles/7/1007/img/54/P51.pdf</p>
	<p>2.本案離島高程連測為計畫之第 2 年，目前執行共有 3 個年度的計畫，本計畫為 96 年度計畫，</p>	<p>已補充於建議 (6)。</p>

	執行迄今已跨越 4 個年度，其原因及具體之因應措施，建議再於報告中補充敘述，俾避免爾後執行再有類似情形發生。	
	3.本案相關審查會(含期中報告審查)委員建議事項及辦理情形，建議併同本次期末審查納入報告中。	已加入，見附錄一。
	4.本案預計執行 3 年，本年為第 2 年計畫，對本案成果後續如何應用之規劃(如成果得否公告供各界應用...)，建請納入報告中。	已補充於結論(4)。
梁 委 員 旭 文	1.潮位儀分為浮筒式、壓力式及音波式等不同型式，其精度應不同，就所蒐集資料是否知道其潮位儀型式?請補充說明。	已說明於表 3-1。
	2.P51 第 3 行提到波形重定方法，請補充說明。	已補上參考文獻，劉祐廷 2005。
	3.P81 表 5-7 請加註數據之單位?	已加註。
劉 召 集 人 正 倫	1.封面下端之承辦單位、委託單位不需重複，請修正。	已修正。
	2.全文出現「本計畫」、「本案」、「本年度計畫」及「本研究」等不同文字，請統一。以及「年代」的寫法亦請統一。	已修正。
	3.第三章，本計畫並未使用此成果，應予加強說明。	已加強說明於第三章及第八章的結論(1)。
	4.圖 6-1「台灣」形狀其顏色過淺，請加深。	已加深修正。
	5.表 6-1 及表 6-3，North、East、Central 及 South 請改用中文。	已修正。
	6.P99「由於欠缺 KASH 正高高程值...為各觀測點之位置圖」此段是否誤植，表 7-1 未出現 KASH 觀測點，且之後文字亦未敘述有關 KASH 的情形。	已修正。
	7.表 7-8 應說明英文定義或加入中文表示。	已修正。
	8.P111 建議爾後報告是否應檢討各離島高程基準計算成果。	已補充於結論 4
	9.7-5 節，此部分建議分段敘述 2 種狀況。	已修正。

業 務 單 位 初 審 意 見	1.封面：詮華「國土測繪」有限公司、內政部「國土測繪中心」。	已修正。
	2.封面：黃立信、陳松安是否已為副教授。	已修正。
	3.P1、P35~39 請修正為平均海「水」。	已修正。
	4.P18 倒數第 7 行請修正為 Δ HBM-TG。	已修正。
	5.P25 第 10~13 行，似有重複之情形。	已修正。
	6.P32 倒數第 5、6 及最後 1 行，怎會出現 2007 年資料，現在協調收集中及現正查證中之文字，請修正敘述。	已修正。
	7.P35 及 36 請修正為調「和」分析	已修正。
	8.P36 第 6 行調和分析藉由最小二乘法求解之詳細步驟請參閱...(請列入附錄中，並以中文表示之)。	已加入附錄四。
	9.P36 倒數第 6 行 NAD88 是否應修正為「NAVD88」。	已修正。
	10.P37 及 38 有關年代之敘述，請加入「年」，且修正/1995-12/2000 之表達方式。	已修正。
	11.P41 民國年請改以阿拉伯數字顯示，另 P42 第 3 點數改為 150 及 400。	已修正。
	12.P42 倒數 1、2 及 3 這些資料是內政部交由內政部國土測繪中心辦理之成果。	已加入說明。
	13.P43 最後 1 行文字請對齊。	已修正。
	14.P45 倒數第 8 行誤差較大的值已被刪除—其刪除標準為何?	已加入 3 倍中誤差標準。
	15.P45 最後 1 行最大絕對值為 25.0mgal—是否有遭刪除的資料。	此組資料並無加入大地起伏計算中，故無資料刪除之問題。
	16.P47 倒數第 4 行(Hwang et al.,2007)—參考文獻未出現。	已加入參考文獻。
	17.P48 刪除贅字「民國」2008 年，請修正為 2008 年。	已修正。
	18.P49 圖 4-5 修正為 1500 公尺航高空載重力。	已修正。
	19.P50 最後 1 行修正為最後「再」將擬合後的差值...	已修正。
	20.P56 最後 1 行修正為至兩航線的內「插」點上...	已修正。
	21.P58 第 4 行重複「為」贅字。	已修正。
	22.P65 圖 5-9 開元港重力基點，照片不清楚，	已更換圖片。

	請更換。	
業 務 單 位 初 審 意 見	23.P82 第 3 行及 P84 圖 5-14 新增交叉點「重力異常」差異值的空間分布。	已修正。
	24.P88 請修正為綠島「潮位站」及蘭嶼「潮位站」。	已修正。
	25.P90 圖 5-19 請增加顏色漸層水深刻度標示	已加入圖例說明。
	26.P90 此節所述水深測量資料處理，請加述海底地形重力之相關性為何	已加入說明。
	27.P91 第 1 行「又如今...」此一敘述似有不妥，請修正。	已修正。
	28.P91 第 4 行請新增為台灣大地起伏模型「(Twgeoid)」，同樣第 4 行，為何從表 6-1 可看出非山區已達相當等級。	已加入說明。
	29.P92 第 1 土地測量局請修正為「國土測繪中心」。	已修正。
	30.P99 倒數 7 及 8 內政部「提供」水準資料，重複(3)請更正。	已修正。
	31.第 8 行位處於歐亞板塊之金門衛星追蹤站(KMNM)為固定站。	已修正。
	32.P101 請將所辦理水準點 BM04 至 TG01 或 TG01-A 的水準資料加入分析。	已加入 BM04-TG01 之水準資料，見表 7-7。
	33.P102 第 3 行「並於近日...」此一敘述似有不妥，請修正。	已修正。
	34.P102 對於「故建議變更連測點至 LY02，並於近日內函文至貴中心」，貴校已於 97 年 2 月 29 日交大工土字第 0970003061 號函請本中心，本中心業於 97 年 3 月 6 日測企字第 0970002190 號函同意變更。	已加入同意變更發函字號解釋。
	35.P110 第 1 行「本以...」此一敘述似有不妥，請修正。	已修正。
	36.P111 倒數第 8 行，綠島和小琉球的差值還算一致—請補充說明。	已加入說明。
	37.P113 倒數第 6 行請修正為基隆-「蘭嶼」。	已修正。
38.P114 第 5 行目前將加入內政部...重力資料...--是否已加入?	已修正為加入。	
39.P116 第 3、4、5 及 6 重複，請刪除。	已修正。	

附錄二、重力觀測紀錄表

綠島

出港日期	出港時間	入港日期	入港時間	TC(cu)	ST(cu)	GRAVITY(cu)	儀器讀數	重力基準至水面高(m)	重力儀至水面高(m)	重力基準至重力儀高(m)	重力基準位置	潮位站位置	固定站位置
2007/7/20	08:00	2007/7/22	00:30	-0.3	13548	13547.3	13547.6	2.465	1.94	0.525	南寮漁港(B01)	南寮漁港(GI76)	綠島(GA20)
2007/7/24	10:30	2007/7/25	13:00	-0.3	13549	13548.3	13548.6	2.61	2.06	0.55	南寮漁港(B01)	南寮漁港(GI76)	綠島(GA20)
2007/7/26	09:00	2007/7/27	23:00	0.1	13549	13549	13548.9	2.48	1.92	0.56	南寮漁港(B01)	南寮漁港(GI76)	綠島(GA20)
2007/7/29	08:00	2007/7/30	17:30	0	13549	13549	13549	2.29	2	0.29	南寮漁港(B01)	南寮漁港(GI76)	綠島(GA27)
2007/7/31	10:00	2007/8/1	12:30	0	13549	13549.1	13549.1	3.24	2.01	1.23	南寮漁港(B01)	南寮漁港(GI76)	綠島(GA27)

蘭嶼

進出	日期	時間	DG	ST	基準至水面高	左舷	右舷	潮位高
出港	2010/4/18	14:16	2582.5	2582.4	2.87	1.4	1.61	-1.11
出港	2010/4/20	08:50	2577.7	2578	1.42	1.56	1.43	0.36
進港後出港	2010/4/21	05:00			1.63	1.48	1.51	-0.39
進港	2010/4/22	17:30	2578	2580	2.29	1.62	1.43	-0.54
出港	2010/4/26	12:10	2590.5	2590.3	2.43	1.45	1.6	-0.68
進港	2010/4/27	09:28			2.46	1.55	1.57	-0.73
出港	2010/4/28	09:57	2588.2	2587.6	2.46	1.54	1.537	-0.72
進港	2010/4/29	14:00	2580.7	2580.6	2.76	1.52	1.5	-0.97
出港	2010/5/1	09:58	2595.1	2595.2	1.68	1.5	1.51	0
進港	2010/5/1	15:00	2583.5	2583.7	2.66	1.5	1.51	-0.91
出港	2010/5/3	08:55	2583.5	2583.5	1.37	1.5	1.5	0.35
出港	2010/5/4	12:55	2591.8	2593.1	1.99	1.45	1.52	-0.08
出港	2010/5/5	09:25	2582.7	2582.6	1.59	1.5	1.54	0.2
進港	2010/5/7	00:16	2584	2584	1.81	1.47	1.48	-0.17

附錄三、儀器校正報告

國家度量衡標準實驗室
證書編號: B960989
報告日期: 96.11.05

校正報告 TAF

Calibration Laboratory
No.44

報告日期: 96 年 11 月 05 日

報告編號: B960989

儀器名稱: 雷射定位儀
廠牌型號: Tremble / 5700
儀器字號: 0220338615
送校單位: 國立交通大學土木工程學系

以上儀器經本實驗室校正, 結果如內文。
本報告內容共計四頁, 共 4 頁內文, 分離使用無效。



段家瑞
國家度量衡標準實驗室主任

國家度量衡標準實驗室
經濟部標準檢驗局委託財團法人工業技術研究院辦理

E60-P-01-18

1/2

校正報告 TAF

Calibration Laboratory
Taiwan

報告日期: 96年11月05日

報告編號: B960990

儀器名稱: 衛星定位儀	
廠牌型號: Trimble	/ 5700
編號件號: 0220345790	
送檢單位: 國立交通大學土木工程學系	

上述儀器經本實驗室校正, 結果如內文。

本報告含封面圖表, 4 頁內文, 另備使用影像。



段家瑞
國家度量衡標準實驗室主任

國家度量衡標準實驗室

經濟部標準檢驗局委託財團法人工業技術研究院辦理

校正報告 TAF

Calibration Laboratory
NABL

報告日期: 96 年 11 月 05 日

證書編號: B960991

儀器名稱: 衛星定位儀	
廠牌型號: Trimble	/ 5700
儀器編號: 0220338818	
送檢單位: 國立交通大學土木工程學系	

上項儀器經本實驗室校正, 結果如內文。
本報告合用日期及 4 頁內文, 分發說明無效。



段永瑞
國家度量衡標準實驗室主任

國家度量衡標準實驗室
經濟部標準檢驗局委託財團法人工業技術研究院辦理

校正報告 TAF

Calibration Laboratory
TAF

報告日期: 96年11月05日

報告編號: B960988

儀器名稱: 衛星定位儀	
廠牌型號: Trimble	/ 5700
儀器序號: 0220316030	
送校單位: 國立交通大學土木工程學系	

以上所儀器經本實驗室校正, 結果如內文。
本報告含封套裡及 4 頁內文, 分發使用無效



段家瑞
國家度量衡標準實驗室主任

國家度量衡標準實驗室
經濟部標準檢驗局委託財團法人工業技術研究院辦理

附錄四、調和分析方法⁴

參考資料：⁴

Foreman, M. G. G., *Manual for Tidal Heights Analysis and Prediction*, Pacific Marine Science Report, 77-10, Institute of Ocean Sciences, Patricia Bay, Sidney, B.C., 1977.⁴

2 TIDAL HEIGHTS ANALYSIS PROGRAM DETAILS

2.1 Constituent Data Package

2.1.1 Astronomical variables

The astronomical variables required by the tidal analysis program were used by Doodson (1921) in his development of the tidal potential. From them one can calculate the position of the sun or moon, and hence the tide generating forces, at any time. These variables are:

- $S(t)$ = mean longitude of the moon;
- $H(t)$ = mean longitude of the sun;
- $P(t)$ = mean longitude of the lunar perigee;
- $N'(t)$ = negative of the longitude of the mean ascending node;
- $P'(t)$ = mean longitude of the solar perigee (perihelion).

For H , N' and P' these longitudes are measured along the ecliptic eastward from the mean vernal equinox position at time t ; while for S and P they are measured in the ecliptic eastward from the mean vernal equinox position at time t to the mean ascending node of the lunar orbit, and then along this orbit. Together with the rates of change of these variables, τ the local mean lunar time, and the Doodson numbers for each tidal constituent, one can calculate the constituent frequencies, their astronomical argument phase angles, V , and their nodal modulation phase, u , and amplitude, f , corrections.

The values of the astronomical variables and constituent frequencies in the program are calculated using the power series expansion formulae given on pages 98 and 107 of the *Explanatory Supplement to the Astronomical Ephemeris and the American Ephemeris and Nautical Almanac* (1961). These formulae were derived from Newcomb's *Tables of the Sun* and a revision of Brown's lunar theory (used in the development of his *Tables of Motion of the Moon*) so that it is in accord with Newcomb's.

(For those interested, even higher ordered approximations can be found in *Astronomical Formulae for Calculators* by Jean Meeus.) In particular, the astronomical variables and frequencies are calculated at the central hour of the analysis period and in order to gain precision t_0 , the reference time origin, is taken to be 0000 ET.¹ This latter date, it was felt, would be closer to the analysis period of most records than the previous choice of 0000 ET January 1, 1901, and hence would yield more accurate results via the linear approximation.

In keeping with the choice of reference time origin and astronomical variable specifications, t should be measured in Ephemeris time. However, the correction from Universal time is irregular and in most cases small, so it has been assumed for computational purposes that all observations are recorded in ET.

2.1.2 Choice of constituents and Rayleigh comparison pairs

There is a maximum of 146 possible tidal constituents that can be included in the tidal analysis, 45 of these are astronomical in origin (main constituents) while the remaining 101 are

¹ Ephemeris Time (ET) is the uniform measure of time defined by the laws of dynamics and determined in principle from the orbital motion of the Earth as represented by Newcomb's *Tables of the Sun*. Universal or Greenwich Mean Time is defined by the rotational motion of the Earth and is not rigorously uniform.

shallow water constituents.² Because computation time (and cost) of the computer program increases approximately as the square of the number of constituents included in the analysis, and because for many tidal stations, most of the shallow water constituents are insignificant, a smaller standard package was seen as adequate for general use. Based on the suggestions of G. Godin, it was decided that this package contain all the main constituents and 24 of the shallow water. However, provision was made so that other shallow water constituents among the 77 remaining could be included if desired.

The Rayleigh comparison constituent is used for the purpose of deciding whether or not a specific constituent should be included in the analysis. If F_0 is the frequency of such a constituent, F_1 is the frequency of its Rayleigh comparison constituent and T is the time span of the proposed record to be analysed, then the constituent will be included in the analysis only if $|F_0 - F_1|T \geq RAY$. RAY is commonly given the value 1 although it can be specified differently in the program.

In order to determine the set of Rayleigh comparison pairs, it is important to consider, within a given constituent group (e.g. diurnal or semidiurnal), the order of constituent inclusion in the analysis as T (the time span of the record to be analysed) increases. Assuming this point of view, the specific objectives used when constructing the set listed in Appendix 7.1 were:

- (i) within each constituent group, when possible, have the order of constituent selection correspond with decreasing magnitude of tidal potential amplitude (as calculated by Cartwright and Edden (1973)),
- (ii) when possible, compare a candidate constituent with whichever of the neighbouring, already selected constituents, that is nearest in frequency,
- (iii) when there are two neighbouring constituents of relatively equal tidal potential amplitude, rather than waiting until the record length is sufficient to permit the selection of both at the same time (i.e. by comparing them to each other), choose a representative of the pair whose inclusion will be as early as possible. This will give information sooner about that frequency range, and via inference, still enable some information to be obtained on both constituents.

The Rayleigh comparison pairs chosen for the low frequency, diurnal, semidiurnal and ter-diurnal constituent groups are given in Tables 1, 2, 3 and 4 respectively. Figures given for the length of record required for constituent inclusion assume a Rayleigh criterion constant value (input variable $RAYOPT$) of 1.0.

$2Q_1$ and SIG_1 provide an example of objective (iii). Because $2Q_1$ has a greater frequency separation for Q_1 and hence would appear in an analysis of shorter record length than SIG_1 , it was chosen as the representative.

However, it can be seen in several cases, that it was not possible or feasible to adhere to all the objectives just outlined. Choosing a Rayleigh comparison constituent from the list of those constituents already included in the analysis proved to be difficult near the frequency edges of constituent groups. Upward arrows indicate failure to uphold this objective. OO_1 is such a case. For it, the potential comparison pairs were SO_1 , K_1 and J_1 . The first of these would result in both SO_1 and OO_1 appearing at the same later time than had J_1 or K_1 been

² The criterion for selecting these main constituents was to include all the diurnal and semidiurnal constituents with Cartwright and Edden (1973) tidal potential amplitudes greater than 0.00250, along with M_3 and the most important low frequency constituents. Section 2.1.3 gives the analogous shallow water constituent criterion.

Table 1 Order of Slower-than-Diurnal Constituent Selection in Accordance with the Rayleigh Criterion. Tidal Potential Amplitude for Main Constituents Shown within Brackets. Lines with Arrows Denote Links with Rayleigh Comparison Pairs.

Length of Record Required for Constituent Inclusion	Frequency Differences (cycles/h) $\times 10^3$ between Neighbouring Constituents						
	ZO	SA	SSA	MSM	MM	MSF	MF
13	ZO						
355						(1369) MSF	
764					(8254) MM		
4383			(7281) SSA				(15647) MF
4942				(1579) MSM			
8766		(1156) SA					

Table 3 Order of Semidiurnal Constituent Selection in Accordance with the Rayleigh Criterion. Tidal Potential Amplitude for Main Constituents is Shown within Brackets. Lines with Arrows Denote Links with Rayleigh Comparison Pairs.

Length of Record (h) Required for Constituent Inclusion	Frequency Differences (cycles/h) $\times 10^3$ between Neighbouring Constituents																			
	0.20237	1.30978	0.20237	1.30978	0.20237	1.30978	0.20237	1.30978	0.20237	1.30978	0.20237	1.30978	0.20237	1.30978	0.20237	1.30978				
	OO ₂	EPS ₂	2N ₂	MU ₂	N ₂	NU ₂	GAM ₂	H ₄	M ₂	H ₂	MKS ₂	LDA ₂	L ₂	T ₂	S ₂	R ₂	K ₂	MSN ₂	ETA ₂	
13									(90806) M ₂											
355															(42248) S ₂					
662																				(643) ETA ₂
764		(671) EPS ₂																		
4383																				
4942	(259) OO ₂																			
8767																				
11326																				

Table 4 Order of Terdiurnal Constituent Selection in Accordance with the Rayleigh Criterion. Tidal Potential Amplitude for Main Constituents is Shown within Brackets. Lines with Arrows Denote Links with Rayleigh Comparison Pairs.

Length of Record (h) Required for Constituent Inclusion	Frequency Differences (cycles/h) $\times 10^3$ between Neighbouring Constituents				
	MO ₃	M ₃ (1188)	SO ₃	MK ₃	SK ₃
25					
355		M ₃			
656	MO ₃				
4383					

chosen. Hence, information about OO_1 would be unnecessarily delayed. Although, due to the tidal potential amplitude of J_1 , objective (i) is violated with both the second and third choices, it was felt that the third was a better compromise. With it, OO_1 only appears 11 h sooner than J_1 .

K_2 is an example of an unavoidable violation of objective (i). Because it is so close in frequency to S_2 , its importance as a major semidiurnal constituent does not insure it an early inclusion in the analysis package.

Because shallow water constituents do not have a tidal potential amplitude, objective (i) does not apply to them. However, based on his experience, Godin was able to suggest a hierarchy of their relative importance. A further criteria used when selecting comparison pairs for them was that no shallow water constituent should appear in an analysis before all the main constituents, from which it is derived, have also been selected. Table 5 shows that this has

Table 5 Shallow Water Constituents in the Standard Data Package.

Shallow Water Constituent	Record Length (h) Required for Constituent Inclusion	Component Main Constituents and Record Lengths (h) Required for Their Inclusion in the Analysis					
		S_2		O_1		S_2	
SO_1	4383	S_2	355	O_1	328		
MKS_2	4383	M_2	13	K_2	4383	S_2	356
MSN_2	4383	M_2	13	S_2	355	N_2	662
MO_3	656	M_2	13	O_1	328		
SO_3	4383	S_2	355	O_1	328		
MK_3	656	M_2	13	K_1	24		
SK_3	355	S_2	355	K_1	24		
MN_4	662	M_2	13	N_2	662		
M_4	25	M_2	13				
SN_4	764	S_2	355	N_2	662		
MS_4	355	M_2	13	S_2	355		
MK_4	4383	M_2	13	K_2	4383		
S_4	355	S_2	355				
SK_4	4383	S_2	355	K_2	4383		
$2MK_5$	24	M_2	13	K_1	24		
$2SK_5$	178	S_2	355	K_1	24		
$2MN_6$	662	M_2	13	N_2	662		
M_6	26	M_2	13				
$2MS_6$	355	M_2	13	S_2	355		
$2MK_6$	4383	M_2	13	K_2	4383		
$2SM_6$	355	S_2	355	M_2	13		
MSK_6	4383	M_2	13	S_2	355	K_2	4383
$3MK_7$	24	M_2	13	K_1	24		
M_8	26	M_2	13				

been upheld for all shallow water constituents in the standard 69 constituent data package.

We recommend that the objectives outlined here be employed when choosing the Rayleigh comparison constituent for any additions to the list of possible constituents to be included in the analysis.

2.1.3 Satellite constituents and nodal modulation

Doodson's (1921) development of the tidal potential contains a very large number of constituents. Due to the great length of record required for their separation, several of these can be considered, for all intents and purposes, unanalysable. The standard approach to this problem is to form clusters consisting of all constituents with the same first three Doodson numbers. The major contributor in terms of tidal potential amplitude lends its name to the cluster and the lesser constituents are called satellites.

The method of analysis uses this main and satellite constituent approach in the following manner. The Rayleigh criteria is applied to the main constituent frequencies to determine whether or not they are to be included in the analysis. For each of those so chosen, we analyse at its frequency and obtain an apparent amplitude and phase. However, because these results are actually due to the cumulative effect of all the constituents in that cluster, an adjustment is made so that only the contribution due to the main constituent is found. This adjustment is called the nodal modulation.

In order to make the nodal modulation correction to the amplitude and phase of a main constituent, it is necessary to know the relative amplitudes and phases of the satellites. As is commonly done, it is assumed in this program that the same relationship as is found with the equilibrium tide (tidal potential), holds with the actual tide. That is, the tidal potential amplitude ratio of a satellite to its main constituent is assumed to be equal to the corresponding tidal heights amplitude ratio, and the difference in tidal potential phase equals the difference in tidal height phase.

The source of the tidal potential amplitude ratio, as found in the constituent data package of Appendix 7.1, is Cartwright and Tayler (1971) and Cartwright and Edden (1973). Using new computation methods and the latest values for the astronomical constants, they obtained more accurate results than those from the previously used Doodson computations. It should be noted that in several cases (whenever the satellite arises via the third-order term), this version of the constituent data package requires that the amplitude ratio be multiplied by a latitude correction factor.

Phase differences between satellites and main constituents arise when the tidal potential development yields different trigonometric terms for these constituents. The common convention is to express all terms in cosine form and so an extra $-\frac{1}{4}$ cycle phase shift is introduced if the term was originally a sine. Satellites requiring such a shift are called third order. A further $\frac{1}{2}$ cycle change is also introduced when all negative amplitudes are made positive.

Because several test analyses indicate less consistent results when third-order satellites are included in the N_2 and L_2 nodal modulation, Godin has decided to delete these from the present standard constituent data package. Instead he suggests that the results of analyses with this package should be compared with those of previous analyses in order to find the most suitable adjustment for these constituents.

The only other main constituents that do not have all their satellites included for nodal modulation are the slow frequency constituents. For them, no satellites are specified. Because low frequency noise may be as much as an order of magnitude greater than the satellite con-

tributions, and M_m , M_{sf} and M_f when they are detectable are often of shallow water origin, the effect of making corrections for the expected satellites would be to obscure further, rather than clarify the actual low frequency periodic signal.

Section 2.3.2 gives further details on the nodal modulation correction.

2.1.4 Shallow water constituents

Shallow water tidal constituents arise from the distortion of main constituent tidal oscillations in shallow water. Because the speed of propagation of a progressive wave is approximately proportional to the square root of the depth of water in which it is travelling, shallow water has the effect of retarding the trough of a wave more than the crest. This distorts the original sinusoidal wave shape and introduces harmonic signals that are not predicted in tidal potential development. The frequencies of these derived harmonics can be found by calculating the effect of non-linear terms in the hydrodynamic equations of motion on a signal due to one or more main constituents (see Godin (1972), pp. 154–164 for further details).

The shallow water constituents chosen for inclusion in the standard 69 constituent data package were suggested by G. Godin. They are listed in Table 5 and are derived only from the largest main constituents, namely M_2 , S_2 , N_2 , K_2 , K_1 and O_1 , using the lowest types of possible interaction. The 77 additional shallow water constituents that can be included in the analysis if so desired are derived from lesser main constituents and higher types of interaction. In the constituent data package listing of Appendix 7.1, they can be spotted by their lack of a Rayleigh comparison constituent.

When shallow water effects are noticeable, main constituents, if they are close in frequency, may coexist or be masked by constituents of non-linear origin. The resultant nodal modulation will be due to the pair and thus will not coincide to the calculated modulation of the main constituent. In suspected cases, the effectiveness of nodal corrections in a series of successive analyses will indicate the presence of pairs or emphasize the predominance of one constituent over the other. Table 6 (taken from unpublished notes of Godin) lists compound constituents which may coexist with or mask constituents of direct astronomical origin. In all cases except SO_1 and MO_3 , the main rather than the compound constituent is included in the standard constituent data package.

2.2 The Least Squares Method of Analysis

2.2.1 Formulation of the problem

The first stage in the actual analysis of tidal records is the least squares fit for constituent amplitude and phase. If the tidal record is of minimum length 13 h, the present program and data package insure that the constant constituents Z_0 and M_2 are always included in the analysis. If σ_j for $j = 1, M$ are the frequencies (cycles/h) of the other tidal constituents chosen for inclusion in the analysis by the Rayleigh criterion, then the problem is to find the amplitudes, A_j , and phases, ϕ_j , of the function $C_0 + \sum_{j=1}^M A_j \cos[2\pi(\sigma_j t_i - \phi_j)]$ that best fit the series of observations $y(t_i)$, $i = 1, N$.³ Assuming $N > 2M + 1$ we see that it is impossible to

³ In order to minimize the loss of accuracy due to round off, the average of the hourly heights observations is subtracted from all original values. The $y(t_i)$ values mentioned in all computations henceforth are actually the resultant deviations. At the end of all calculations, C_0 is adjusted by this mean value.

Table 6 Shallow Water Constituents that May Mask Main Constituents.

Main Constituent	Component Constituent which May Coexist at or Near its Frequency
Q ₁	NK ₁
O ₁	NK ₁ **
TAU ₁	MP ₁ **
NO ₁ *	NO ₁ **
P ₁	SK ₁ **
K ₁	MO ₁
J ₁	MQ ₁
SO ₁	SO ₁
OQ ₂	OQ ₂ **
EPS ₂	MNS ₂
2N ₂	O ₂ **
MU ₂	2MS ₂
N ₂	KQ ₂ **
GAM ₂	OP ₂ **
M ₂	KO ₂ **
L ₂	2MN ₂ **
S ₂	KP ₂
K ₂	K ₂
MO ₃	MO ₃ **
M ₃	NK ₃ **

* With M₁ as a satellite.

** The modulation or frequency of the compound constituent is sufficiently different that the pair could be separated if a long enough record of high precision were available.

solve the system $y(t_i) = C_0 + \sum_{j=1}^M A_j \cos[2\pi(\sigma_j t_i - \phi_j)]$ exactly because it is overdetermined. Hence, it is necessary to adopt a criterion which will enable unique optimum values for the parameters A_j and ϕ_j to be found. The most common optimization criterion used, and the one chosen here, is the least squares technique.

Re-expressing $\sum_{j=1}^M A_j \cos[2\pi(\sigma_j t_i - \phi_j)]$ as

$$\sum_{j=1}^M [C_j \cos(2\pi\sigma_j t_i) + S_j \sin(2\pi\sigma_j t_i)],$$

where $A_j = (C_j^2 + S_j^2)^{1/2}$ and $2\pi\phi_j = \arctan S_j/C_j$, so that the fitting function is linear in the parameters S_j and C_j and hence more easily solved, and rewriting $y(t_i)$ as y_i , the objective of the least squares technique is to minimize

$$T = \sum_{i=1}^M \left[y_i - C_0 - \sum_{j=1}^M (C_j \cos 2\pi\sigma_j t_i + S_j \sin 2\pi\sigma_j t_i) \right]^2,$$

$$\begin{aligned}
C_k &= \sum_{i=1}^N \cos 2\pi\sigma_k t_i \\
S_k &= \sum_{i=1}^N \sin 2\pi\sigma_k t_i \\
CC_{kj} &= \sum_{i=1}^N (\cos 2\pi\sigma_k t_i)(\cos 2\pi\sigma_j t_i) = CC_{jk} \\
SS_{kj} &= \sum_{i=1}^N (\sin 2\pi\sigma_k t_i)(\sin 2\pi\sigma_j t_i) = SS_{jk} \\
CS_{kj} &= \sum_{i=1}^N (\cos 2\pi\sigma_k t_i)(\sin 2\pi\sigma_j t_i) = SC_{jk}
\end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix}
N & C_1 & C_2 & \dots & C_M & S_1 & S_2 & \dots & S_M \\
C_1 & CC_{11} & C_{12} & \dots & CC_{1M} & CS_{11} & CS_{12} & \dots & CS_{1M} \\
C_2 & CC_{21} & CC_{22} & \dots & CC_{2M} & CS_{21} & CS_{22} & \dots & CS_{2M} \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
C_M & CC_{M1} & CC_{M2} & \dots & CC_{MM} & CS_{M1} & CS_{M2} & \dots & CS_{MM} \\
S_1 & SC_{11} & SC_{12} & \dots & SC_{1M} & SS_{11} & SS_{12} & \dots & SS_{1M} \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
S_M & SC_{M1} & SC_{M2} & \dots & SC_{MM} & SS_{M1} & SS_{M2} & \dots & SS_{MM}
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
C_0 \\
C_1 \\
C_2 \\
\vdots \\
C_M \\
S_1 \\
\vdots \\
S_M
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
\sum_{i=1}^N y_i \\
\sum_{i=1}^N y_i \cos 2\pi\sigma_1 t_i \\
\sum_{i=1}^N y_i \cos 2\pi\sigma_2 t_i \\
\vdots \\
\sum_{i=1}^N y_i \cos 2\pi\sigma_M t_i \\
\sum_{i=1}^N y_i \sin 2\pi\sigma_1 t_i \\
\vdots \\
\sum_{i=1}^N y_i \sin 2\pi\sigma_M t_i
\end{pmatrix}$$

Figure 1 The matrix equation $B\mathbf{x} = \mathbf{y}$ resulting from the least squares fit for constituent amplitudes and phases.

for C_0 and all C_j, S_j $j = 1, M$. This is done by solving the following $2M + 1$ simultaneous equations for $j = 1, M$:

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\partial T}{\partial C_0} = 2 \sum_{i=1}^N \left(y_i - C_0 - \sum_{j=1}^M C_j \cos 2\pi\sigma_j t_i - \sum_{j=1}^M S_j \sin 2\pi\sigma_j t_i \right) (-1); \\
0 &= \frac{\partial T}{\partial C_j} = 2 \sum_{i=1}^N \left(y_i - C_0 - \sum_{j=1}^M C_j \cos 2\pi\sigma_j t_i - \sum_{j=1}^M S_j \sin 2\pi\sigma_j t_i \right) (-\cos 2\pi\sigma_j t_i); \\
0 &= \frac{\partial T}{\partial S_j} = 2 \sum_{i=1}^N \left(y_i - C_0 - \sum_{j=1}^M C_j \cos 2\pi\sigma_j t_i - \sum_{j=1}^M S_j \sin 2\pi\sigma_j t_i \right) (-\sin 2\pi\sigma_j t_i).
\end{aligned}$$

This results in the matrix equation $B\mathbf{x} = \mathbf{y}$ of Figure 1.

Gaps in the data record (i.e. missing hourly observations) are easily handled by the least squares method because it is not necessary that the observation times, t_i , for $i = 1, N$ be evenly spaced. For example, if the analysis covers the total time period of 100 h but hours 50 to 74 inclusive are missing, then t_{50} will correspond to the seventy-fifth hour. However, because the following identities which simplify the summations require that the observation times be evenly spaced, it is necessary that each of the matrix terms be calculated as the sum of contributions over the data periods that contain no gaps. Assuming that $[n_0, n_1]$ is the hour range of a section of record containing no gaps, we can substitute $t_k = k$ in the matrix coefficients expressions since the times are at successive hours.

Using the relationships

$$\begin{aligned}\cos a \cos b &= \frac{1}{2}[\cos(a + b) + \cos(a - b)] \\ \sin a \sin b &= \frac{1}{2}[\cos(a - b) - \cos(a + b)] \\ \sin a \cos b &= \frac{1}{2}[\sin(a + b) + \sin(a - b)],\end{aligned}$$

the formula for the sum of a geometric series, namely

$$\frac{a + ar + \dots + ar^n = a(r^{n+1} - 1)}{(r - 1)},$$

and expressing $\cos x$ and $\sin x$ as the real and imaginary parts of e^{ix} , we obtain the identities:

$$\sum_{k=n_0}^{n_1} \cos kx = \frac{\sin\{(n_1 - n_0 + 1)x/2\} \cos\{(n_1 + n_0)x/2\}}{\sin(x/2)},$$

and

$$\sum_{k=n_0}^{n_1} \sin kx = \frac{\sin\{(n_1 - n_0 + 1)x/2\} \sin\{(n_1 + n_0)x/2\}}{\sin(x/2)}.$$

Hence the summation expressions in the least squares matrix can be simplified (with regard to computer execution time) as follows.

$$\begin{aligned}\sum_{k=n_0}^{n_1} \cos(2\pi\sigma_1 k) \cos(2\pi\sigma_2 k) &= \frac{1}{2} \sum_{k=n_0}^{n_1} \{\cos[2\pi k(\sigma_1 + \sigma_2)] + \cos[2\pi k(\sigma_1 - \sigma_2)]\} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\sin[(n_1 - n_0 + 1)\pi(\sigma_1 + \sigma_2)] \cos[(n_1 + n_0)\pi(\sigma_1 + \sigma_2)]}{\sin \pi(\sigma_1 + \sigma_2)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sin[(n_1 - n_0 + 1)\pi(\sigma_1 - \sigma_2)] \cos[(n_1 + n_0)\pi(\sigma_1 - \sigma_2)]}{\sin \pi(\sigma_1 - \sigma_2)} \right), \\ \sum_{k=n_0}^{n_1} \sin(2\pi\sigma_1 k) \sin(2\pi\sigma_2 k) &= \frac{1}{2} \sum_{k=n_0}^{n_1} \{\cos[2\pi k(\sigma_1 - \sigma_2)] - \cos[2\pi k(\sigma_1 + \sigma_2)]\} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\sin[(n_1 - n_0 + 1)\pi(\sigma_1 - \sigma_2)] \cos[(n_1 + n_0)\pi(\sigma_1 - \sigma_2)]}{\sin \pi(\sigma_1 - \sigma_2)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sin[(n_1 - n_0 + 1)\pi(\sigma_1 + \sigma_2)] \cos[(n_1 + n_0)\pi(\sigma_1 + \sigma_2)]}{\sin \pi(\sigma_1 + \sigma_2)} \right),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{k=n_0}^{n_1} \sin(2\pi\sigma_1 k) \cos(2\pi\sigma_2 k) &= \frac{1}{2} \sum_{k=n_0}^{n_1} \{\sin[2\pi k(\sigma_1 + \sigma_2)] + \sin[2\pi k(\sigma_1 - \sigma_2)]\} \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{\sin[(n_1 - n_0 + 1)\pi(\sigma_1 + \sigma_2)] \sin[(n_1 + n_0)\pi(\sigma_1 + \sigma_2)]}{\sin \pi(\sigma_1 + \sigma_2)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\sin[(n_1 - n_0 + 1)\pi(\sigma_1 - \sigma_2)] \sin[(n_1 + n_0)\pi(\sigma_1 - \sigma_2)]}{\sin \pi(\sigma_1 - \sigma_2)} \right).
\end{aligned}$$

With these substitutions made in Figure 1, we have the least squares matrix equation $B\mathbf{x} = \mathbf{y}$ generated in subroutine **SCFIT2**. Because B is symmetric it is sufficient to store only its upper triangle consisting of $2M^2 + 3M + 1$ elements instead of the entire matrix of $(2M + 1)^2$ elements.

Partitioning the matrix equation $B\mathbf{x} = \mathbf{y}$ into the form

$$\begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{c} \\ \mathbf{s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{y}_c \\ \mathbf{y}_s \end{pmatrix},$$

where B_{11} , B_{12} , B_{21} , B_{22} , \mathbf{c} , \mathbf{s} , \mathbf{y}_c , \mathbf{y}_s have dimensions $(M + 1) \times (M + 1)$, $(M + 1) \times M$, $M \times (M + 1)$, $M \times M$, $(M + 1) \times 1$, $M \times 1$, $(M + 1) \times 1$, $M \times 1$ respectively, it is easily seen when $n_0 = -n_1$ that B_{12} and B_{21} become zero matrices and two smaller matrix equations, $B_{11}\mathbf{c} = \mathbf{y}_c$ and $B_{22}\mathbf{s} = \mathbf{y}_s$, result. The combined computation time to solve these equations is less than that of the original (see Section 2.2.2) so it is desirable to attain this condition when possible. Since the time origin of the hourly observations is arbitrary provided it is consistent with that of the astronomical argument V , we can attain the desired condition for a record with no gaps by choosing the central hour of the record as the origin. (This requires that the total number of observations be odd and is satisfied by ignoring the last observation, if the total is even.) Although there is generally no corresponding matrix simplification in the case of a record with gaps, for consistency with the foregoing choice, it is convenient to choose the central hour of the record universally as the time origin.

2.2.2 Solution of the matrix equation, the condition number and statistical properties

Most of the discussion and development of the Cholesky factorization algorithm introduced in this section is taken directly from Forsythe and Moler (1967). Although all results and discussion are now stated only for the matrix B and the equation $B\mathbf{x} = \mathbf{y}$, they apply as well for the partitioned systems B_{11} , $B_{11}\mathbf{c} = \mathbf{y}_c$ and B_{22} , $B_{22}\mathbf{s} = \mathbf{y}_s$.

In addition to symmetry, a useful property of matrix B is its positive definiteness. This property requires that for all $(2M + 1) \times 1$ dimensional vectors $\mathbf{x} \neq 0$, $\mathbf{x}^T B \mathbf{x} > 0$.

The positive definiteness of B can be demonstrated by considering the overdetermined matrix equation $\mathbf{y} = A\mathbf{x} + \mathbf{e}$ resulting from the system of equations $y(t_i) = C_0 + \sum_{j=1}^M (C_j \cos 2\pi\sigma_j t_i + S_j \sin 2\pi\sigma_j t_i) + e_i$ for $i = 1, N$ where the vector $\mathbf{x}^T = (C_0, C_1, C_2, \dots, C_M, S_1, S_2, \dots, S_M)$, $\mathbf{y}^T = [y(t_1), \dots, y(t_N)]$ and \mathbf{e} is the vector of residuals. It is easily seen that $A^T A = B$, and so for any $\mathbf{x} \neq 0$,

$$\mathbf{x}^T B \mathbf{x} = \mathbf{x}^T A^T A \mathbf{x} = \mathbf{z}^T \mathbf{z} = \sum_{i=1}^N z_i^2,$$

where $\mathbf{x}^T A^T = \mathbf{z}^T = (z_1, \dots, z_N)$.

It is worth mentioning that the overdetermined system $\mathbf{y} = A\mathbf{x} + \mathbf{e}$ can be solved in many ways, depending on the criterion chosen for minimizing \mathbf{e} . For our purposes, those methods which solve the system without changing the form of the matrix are impractical from a storage, processing time and rounding error point of view because the first dimension of A (= the number of hourly observations) is commonly 9000. However, minimizing $\mathbf{e}^T\mathbf{e}$ is equivalent to the least squares criterion adopted here.

An important result for any positive definite symmetric matrix B is that it can be uniquely decomposed in the form $B = GG^T$, where G is a lower triangular matrix with positive diagonal elements.⁴ Expanding this relationship leads to the matrix element equalities:

$$b_{jj} = \sum_{k=1}^j g_{jk}^2,$$

$$b_{ij} = \sum_{k=1}^j g_{ik}g_{jk} \quad \text{for all } i > j.$$

The algorithm resulting from using these equations in the proper order to find the elements of G is known as Cholesky's square root method for factoring a positive definite matrix (also attributed to Banachiewicz; see Faddeev and Faddeeva (1963)). Unlike other matrix decomposition methods such as Gaussian elimination, it does not have to search for, and divide by pivots. Such techniques must insure that the reduced matrix elements are not too large so that rounding errors and loss of accuracy do not occur. In Cholesky's method however, we can see that $|g_{ij}| \leq \sqrt{b_{ii}}$ for all i, j and so upper bounds for the elements of G always exist.

Once B has been decomposed into the upper and lower triangular matrices, it is a relatively easy matter to solve the matrix solution. This is done by breaking down the equation $GG^T\mathbf{x} = \mathbf{y}$ into $G\mathbf{b} = \mathbf{y}$ and $G^T\mathbf{x} = \mathbf{b}$. Because of the triangular nature of G , these equations can be solved by forward and backward substitution for \mathbf{b} and \mathbf{x} respectively.

The amount of arithmetic in a matrix algorithm is usually measured by the number of multiplicative operations (i.e. multiplications and divisions) used, since there are normally approximately the same number of additive operations. For a matrix of dimension $n \times n$, the Cholesky factorization algorithm requires n square roots and approximately $\frac{1}{6}n^3$ multiplications. This compares favourably with the $\frac{1}{3}n^3$ multiplications required by Gaussian elimination (Wilkinson, 1967) to produce a triangular matrix.

Wilkinson (1967) suggests a factorization of B into LDL^T , where L is a lower triangular matrix and D is a positive diagonal matrix, that involves no more multiplications than Cholesky and avoids the square roots. However, assuming that the time ratio of a square root operation to a multiplication is 15:1 (approximate ratio for the IBM 370-168) and that all 69 constituents in the data package are included in the analysis (i.e. $n = 137$) the time saved by eliminating the square roots is only 0.5%. Furthermore, some of this gain would be replaced by time required for storing and retrieving information from the additional matrix D , and for the n additional division operations each time a solution is calculated by forward and backward substitution. Hence the factorization was not adopted in the present program.

Because the time required for the factorization of B varies as the cube of the number of unknowns, an approximate four-fold time reduction should result when the tidal record has no

⁴ If B is symmetric but not positive definite a similar decomposition exists. However, some elements of G may be complex or, in the degenerate case, zero along the diagonal.

gaps and the partitioned rather than the original matrix equations are solved. However, as the following table of execution times for sections of subroutine **SCFIT2** demonstrates, significant improvements can also be expected in the time required for matrix generation, and error calculation. The values shown in Table 7 were obtained on an IBM 370-168 computer with a 34-constituent analysis of a 38-day tidal record.

A rough indication of the round-off difficulties associated with solving the equation $Bx = y$ is given by the matrix condition number. Although several different definitions for a condition number exist, an appropriate one for our purposes, in the sense that it pertains to least squares matrices and is easily calculated, is specified by Davis and Rabinowitz (1961). Its development is as follows.

Table 7 Comparison of Processing Times between the Partitioned and Non-Partitioned Matrix Equation Solutions.

Components of Matrix Solution	Partitioned Matrix System Times (s)	Non-Partitioned Matrix System (s)
Parameter initializations and right-hand generation	0.347	0.346
Matrix generation	0.059	0.178
Matrix factorization	0.049	0.146
Solution	0.010	0.018
Error calculation	0.128	0.403

If $\{\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n\}$ are n -dimensional vectors such that the matrix

$$B = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 & \dots & \mathbf{b}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 \cdot \mathbf{b}_1 & \dots & \mathbf{b}_1 \cdot \mathbf{b}_n \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{b}_1 \cdot \mathbf{b}_1 & \dots & \mathbf{b}_1 \cdot \mathbf{b}_n \end{pmatrix},$$

then it can be shown that $0 \leq \det(B) \leq \|\mathbf{b}_1\| \|\mathbf{b}_2\| \dots \|\mathbf{b}_n\|$ where if $\mathbf{b}_j = (b_{j1}, \dots, b_{jn})$, the norm $\|\mathbf{b}_j\| = (\sum_{i=1}^n b_{ji}^2)^{1/2}$. Furthermore, $\det(B) = 0$ if and only if the vectors are linearly dependent, and $\det(B) = \|\mathbf{b}_1\| \dots \|\mathbf{b}_n\|$ if and only if they are orthogonal (i.e. $\mathbf{b}_i \cdot \mathbf{b}_j = 0$ for $i \neq j$). This determinant is known as the Gram determinant of the system $\{\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n\}$ and is the square of the n -dimensional volume of the parallelepiped whose edges are these vectors.

Since it can be shown that all least squares matrices can be expressed in this manner, this result can be applied to our situation. In particular when the vectors are normalized so that $\|\mathbf{b}_i\| = 1$, the actual value of $\det(B)$ will always be bounded and provide a measure of the linear independence of the system, and hence round-off difficulties encountered in solving the equation. A value close to 1 will mean near orthogonality, a virtually diagonal matrix for B , and thus an easy solution. On the other hand, a value close to 0 will mean that at least two rows are near scalar multiples of one another, and thus greater accuracy problems will occur when their difference is calculated during the equation solution.

For our particular case observe that $\det(B) = \det(GG^T) = (\det G)^2 = \prod_{i=1}^n g_{ii}^2$, and that B can be written as

$$GG^T = \begin{pmatrix} \mathbf{g}_1 \cdot \mathbf{g}_1 & \dots & \mathbf{g}_1 \cdot \mathbf{g}_n \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{g}_n \cdot \mathbf{g}_n & \dots & \mathbf{g}_n \cdot \mathbf{g}_n \end{pmatrix},$$

where

$$G^T = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{21} & \cdots & g_{n1} \\ 0 & \cdots & g_{22} & \cdots & g_{n2} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & g_{nn} \end{pmatrix} = (\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2 \cdots \mathbf{g}_n).$$

Since $b_{jj} = \sum_{k=1}^j g_{jk}^2$, $\|\mathbf{g}_j\| = \sqrt{b_{jj}}$ and the determinant of the matrix resulting from normalizing the \mathbf{g}_j vectors is $\prod_{i=1}^n (g_{ii}^2/b_{ii})$. The square root of this value is the volume of the n -dimensional parallelepiped whose edges are these normalized vectors and is the quantity calculated as the condition number of the matrix B .

The statistical properties of the least squares fit solution can be found in any analysis of variance or regression model text. They are outlined briefly as follows.

Reverting to the overdetermined problem statement, the least squares objective can be stated as finding the vector \mathbf{x} in $\mathbf{y} = A\mathbf{x} + \mathbf{e}$ such that $\mathbf{e}^T\mathbf{e}$ is minimized. This yields the solution $\hat{\mathbf{x}} = (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{y}$.

The total sum of squares is $\mathbf{y}^T \mathbf{y}$ and the sum of squares due to regression is $\hat{\mathbf{x}}^T A^T \mathbf{y}$. Their difference is the residual error sum of squares and this difference divided by the degrees of freedom in the fit is the residual mean square error (MSE). ‘‘Degrees of freedom’’ is the difference between the number of hourly observations (excluding gaps) and A the number of parameters fit in the analysis. If there were M constituents including Z_0 chosen for the analysis, the degrees of freedom would be $N - 2M + 1$.

If it is assumed, as is commonly done, that the vector \mathbf{e} is distributed normally with 0 standard deviation and $\sigma^2 I$ variance, where I is the unit diagonal matrix, then the variance of $\hat{\mathbf{x}}$ is $(A^T A)^{-1} \sigma^2$. Since the mean square residual error is an unbiased estimator for σ^2 , an estimate of the standard deviation of \hat{x}_i , the i th element of $\hat{\mathbf{x}}$, is

$$\sqrt{(\boldsymbol{\mu}_i^T (A^T A)^{-1} \boldsymbol{\mu}_i) \text{MSE}},$$

where $\boldsymbol{\mu}_i$ is the vector with one in the i th position of zeros elsewhere.

2.3 Modifications to the Least Squares Analysis Results

2.3.1 Astronomical argument and Greenwich phase lag

Instead of regarding each tidal constituent as the result of some particular component of the tidal potential, an artificial causal agent can be attributed to each constituent in the form of a fictitious star which travels around the equator with an angular speed equal to that of its corresponding constituent. Making use of this conceptual aid, the astronomical argument, $V(L, t)$, of a tidal constituent can then be viewed as the angular position of this fictitious star relative to longitude, L , and at time, t . Although the longitudinal dependence is easily calculated, for historical reasons L is generally assumed to be the Greenwich meridian, and V is reduced to a function of one variable.

The Greenwich phase lag, g , is the difference between this astronomical argument for Greenwich and the phase of the observed constituent signal. Its value is dependent upon the time zone in which the hourly heights of the record were taken. This means that when phases at various stations, not necessarily in the same time zone, are compared, they must be reduced to

調和分析 (Harmonic Analysis, 簡稱 HA)

調和分析是以牛頓所提出之平衡學說為基礎，將潮汐視為各種分潮之總和。潮汐運動是指對地球表面水粒子受引潮力，而引起水面起伏運動，由於星球間之週期性運動，其所產生之引潮力使地球表面潮汐亦具有週期性。本文採用 Horn(1960)提出的最小誤差平方和(least square method)的調和分析法。由於每個分潮都有一定的週期與振幅，故可以用傅立葉級數展開表示：

$$\begin{aligned}\eta(t) &= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \\ &= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} H_n \cos(\omega_n t - \varepsilon_n)\end{aligned}$$

其中 A_0 為平均海水位

$$H_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \text{ 為分潮的振幅}$$

ω_n 為分潮的角頻率

$$\varepsilon_n = \tan^{-1}(B_n / A_n) \text{ 為分潮之相位角}$$

上式中 H_n 、 ε_n 稱為調和常數。理論上應將所有的天文潮展開，但實際應用上可依要求之精度，選取 k 個分潮予以求得最佳近似之潮汐運動方程式 $y(t')$ ，假設如下：

$$y(t') = A_0 + \sum_{r=1}^k A_r \cos \omega_r t' + \sum_{r=1}^k B_r \sin \omega_r t'$$

上式中 $y(t')$ 為某時刻之潮位

設 μ 為觀測潮位 y_t 與預測潮位在時間為 t' 時刻之殘差(residual or

error)，即 $\mu = y_t - y(t')$ 。今在等時距之潮位紀錄總數 $2m+1$ 個期間，欲使潮位預測方程式有最佳近似，則應使其殘差平方和為最小，即

$$U = \sum_{t'=-m}^m [y_t - y(t')]^2$$

在上述條件下，即可求得潮位之最佳近似值。

根據最小二乘法原理，欲使 U 為最小，則應滿足下列式子：

$$\frac{\partial U}{\partial A_0} = 0, \frac{\partial U}{\partial A_r} = 0, \frac{\partial U}{\partial B_r} = 0, \quad r = 1, 2, 3, \dots, k$$

其中 k 為使用的分潮個數。

可得下列三個化簡方程式：

$$\sum_{t'=-m}^m A_0 + \sum_{t'=-m}^m \left[\sum_{r=1}^k A_r \cos(\omega_r t') + \sum_{r=1}^k B_r \sin(\omega_r t') \right] = \sum_{t'=-m}^m y_t$$

$$\sum_{t'=-m}^m [\cos(\omega_r t') A_0 + \sum_{r=1}^k A_r \cos(\omega_r t') \cdot \cos(\omega_r t') + \sum_{r=1}^k B_r \sin(\omega_r t') \cdot \cos(\omega_r t')] = \sum_{t'=-m}^m \cos(\omega_r t') y_t$$

$r = 1, 2, 3, \dots, k$

$$\sum_{t'=-m}^m [\sin(\omega_r t') A_0 + \sum_{r=1}^k A_r \cos(\omega_r t') \cdot \sin(\omega_r t') + \sum_{r=1}^k B_r \sin(\omega_r t') \cdot \sin(\omega_r t')] = \sum_{t'=-m}^m \sin(\omega_r t') y_t$$

$r = 1, 2, 3, \dots, k$

聯立 (3-10)、(3-11)、(3-12) 三式，可利用矩陣求得

$A_0, A_r, B_r, r = 1, 2, 3, \dots, k$ ，即平均水位 A_0 ，各分潮相對之振幅

$H_r = \sqrt{A_r^2 + B_r^2}$ 及相位角 $\varepsilon_r = \tan^{-1}(B_r / A_r)$ ($0 \leq \varepsilon_n < 360^\circ$) 等調和常數。

對於某地的潮位記錄，若能推求各分潮的振幅及相位角，即可決定當地之潮汐特性及推算未來的潮位。理論上潮汐包括無限多個分潮

成分，但應用上僅能就主要分潮來進行分析。使用此方法須注意，潮汐資料應為 365 天之逐日逐時記錄(Horn, 1960)，若資料長度較短時，所選取之分潮個數可依資料長度與所要求之精度作適當的選擇，但至少必須包括四個主要分潮：主太陰半日週期 M_2 、主太陽半日週期 S_2 、日月合成日週期 K_1 及主太陰日週期 O_1 。

此程式主要是採取 69 個分潮進行模擬，並具有自動補足缺值的功能，因此只需給定各水位站之經緯度座標以及整筆資料之起始日期和結束日期即可進行分析。在 69 個分潮中，有一分潮之週期為無限大，即用以計算整筆資料之平均值，其餘 68 個分潮之名稱與週期如表所示。