



106年度衛星基準站正高及重力測量作業採購案

工作報告書

主辦機關：內政部國土測繪中心
承辦廠商：中興測量有限公司
中華民國一〇六年九月

目 錄

第一章 前言

§1-1 計畫背景	1
§1-2 工作項目	1
§1-3 工作進度與期程	5
§1-4 成果繳交項目	6

第二章 規劃準備

§2-1 測線規劃	7
§2-2 作業人員編組	11
§2-3 儀器設備編組	12

第三章 衛星定位測量

§3-1 衛星定位外業測量步驟	13
§3-2 GPS 觀測資料處理與篩檢	15
§3-3 GPS 觀測資料計算	17

第四章 重力測量

§4-1 重力率定作業	21
§4-2 重力外業測量	22
§4-2-1 重力外業測量方法	22
§4-2-2 重力外業測量步驟	23
§4-3 重力測量資料處理	26
§4-3-1 重力測量資料處理流程	26
§4-3-2 重力觀測資料處理與檢核	27
§4-4 重力測量系統誤差改正	30
§4-4-1 重力測量系統誤差的處理方式	30
§4-4-2 重力測量系統誤差公式	31
§4-5 重力網平差計算	36
§4-5-1 重力網平差計算公式	36
§4-5-2 重力網平差計算成果	42

第五章 水準測量

§5-1 水準外業測量方法與步驟	43
§5-1-1 水準外業測量流程	43
§5-1-2 水準儀視準軸校準	44
§5-1-3 水準外業測量	46
§5-2 水準測量資料計算與分析	48
§5-2-1 水準測量資料處理流程	48
§5-2-2 水準觀測資料處理與檢核	49

目 錄

§5-3 水準測量測段往返閉合差分析	53
§5-4 水準測量系統誤差改正	55
§5-4-1 水準測量系統誤差改正公式	55
§5-4-2 水準測量系統誤差改正成果	60
§5-5 水準測量成果計算	63
§5-5-1 水準網平差計算方式	63
§5-5-2 水準測量計算成果	64
參考文獻	65
附錄 電子精密水準儀檢校報告	

圖 目 錄

圖 2-1	衛星基準站分布圖	7
圖 2-2	高程參考點規格示意圖	8
圖 2-3	高程參考點相片	9
圖 2-4	水準臨時點相片	9
圖 2-5	專案人力編組	11
圖 3-1	衛星定位外業測量流程圖	13
圖 3-2	天線高度量度相片	14
圖 3-3	GPS 觀測全景	14
圖 3-4	GPS 觀測資料處理流程圖	15
圖 3-5	天線高化算示意圖	16
圖 3-6	Bernese 軟體計算流程圖	18
圖 4-1	重力儀檢校率定作業情形	21
圖 4-2	階梯式重力測量示意圖	22
圖 4-3	重力外業測量流程圖	23
圖 4-4	重力外業測量相片	24
圖 4-5	重力梯度測量	25
圖 4-6	重力測量資料處理流程圖	26
圖 4-7	潮高與 p 點所受之引力	32
圖 5-1	水準外業測量作業流程圖	43
圖 5-2	水準儀視準軸校準水準儀與水準尺之擺設位置圖	44
圖 5-3	水準儀視準軸校準情形	45
圖 5-4	水準外業測量工作相片	47
圖 5-5	水準資料處理流程圖	48

表 目 錄

表 1-1	預定與實際工作進度表	5
表 2-1	衛星基準站一覽表	8
表 2-2	衛星基準站水準及重力測線規劃表	10
表 2-3	使用之儀器設備規格表	12
表 3-1	高程參考點坐標成果表	20
表 4-1	重力儀檢校率定成果表	21
表 4-2	衛星基準站重力梯度成果表	25
表 4-3	重力觀測資料計算標準格式環境資料檔	28
表 4-4	重力觀測資料計算標準格式觀測資料檔	29
表 4-5	重力測量成果表	42
表 5-1	折射與曲率誤差修正表	45
表 5-2	外業觀測資料成果檢查表	50
表 5-3	電子式水準儀觀測資料儲存之標準格式	52
表 5-4	一等水準測量測線表	52
表 5-5	普通水準測量測段往返閉合差分析成果表	53
表 5-6	一等水準測量測段往返閉合差分析成果表	54
表 5-7	水準測量各項系統誤差改正成果表	60
表 5-8	水準測量成果表	64

第一章 前言

§1-1 計畫背景

內政部國土測繪中心（以下簡稱：國土測繪中心）為連結臺灣本島衛星基準站橢球高與正高系統，提供衛星基準站參考正高，規劃針對交通部中央氣象局、中研院地球所、臺南市政府地政局與高雄市政府地政局經營之衛星基準站，辦理水準測量、重力測量及衛星定位測量。基於本身承辦業務考量及人力配置，爰辦理「106年度衛星基準站正高及重力測量作業採購案」（以下簡稱：本案）。

§1-2 工作項目

本案工作項目包含如下：

一、水準測量

1. 辦理本案精密水準測量所使用之水準儀規格應符合：
 - (1) 每公里往返測中誤差在 0.4mm 以下。
 - (2) 圓盒氣泡之靈敏度在 $10''/2\text{mm}$ 以內。
 - (3) 補償器水平設定精度在 0.30" 以內。
 - (4) 最小讀數在 0.1mm 以下。
2. 本案作業使用之水準儀及水準尺，應依內政部「一等水準測量作業規範」規定之檢校時程，送至國家度量衡標準實驗室或簽署國際實驗室認證聯盟相互承認辦法之認證機構所認證之實驗室檢校，並出具檢校報告。
3. 以自一等水準點附合至另一一等水準點為原則，辦理基準站（含高程參考點）之精密水準測量作業，基準站正高測量位置為天線盤底部（即基準站儀器高為 0 之位置），如受地形限制無法附合至一等水準點，則僅選擇距基準站最近之一等水準點作為正高引測依據。另部分水準路線較長之測段，約每 2 公里設一臨時轉點，以方便施測與檢測。
4. 水準測量作業方式以精密水準測量為原則，並依內政部「一等水準測量作業規範」相關規定辦理。如受高差較大或環境限制，無法辦理精密水準測量時，則於基準站周邊擇 1 透空良好地點設置高程參考點，以精密水準測量施測高程參考點之高程，高程參考點至基準站測段則改以普通水準測量施測。另部分水準路線較長之測段，約每 2 公里設一臨時轉點，以方便施測與偵錯。
5. 高程參考點應以不銹鋼標埋設，其點號命名以基準站點號加英文字母 BM 為原則，其尺寸誤差應在正負百分之五以內，標誌中心應刻有清晰、精細的十字線，其直徑應小於 0.5 毫米的中心點，其埋設方式依「內政部國土測繪中心辦理加密控制衛星定位測量作業手冊」相關規定辦理。
6. 每日測量外業前應辦理定樁法進行視準軸校正，視準軸誤差係數 $C=[\Delta h_2-\Delta h_1+(e_4-5e_5)]/(\Delta s_2)$ 不得超過 0.05mm/m。

7. 作業時應填寫水準測量紀錄表，每個測段應拍攝解析度二百萬像素以上 3 張觀測作業情形相片，其中 2 張須可清晰辨識起點與終點標石號碼，其餘照片應拍攝水準測量作業情形及週遭環境，並分別以起點點號-終點點號為資料夾名稱，將照片存放於資料夾中。
8. 各基準站於施測天線盤正高時，應拍攝作業中遠近相片各 1 張，相片中應明確顯示天線盤底部與水準尺之相對位置。
9. 一等水準點正高以內政部 105 年 4 月 12 日台內地字第 1051302710 號公告之「104 年臺灣一等水準網水準測量成果」為依據，資料處理與計算依內政部「一等水準測量作業規範」及「基本測量實施規則」相關規定辦理。

二、重力測量

1. 辦理水準測量之所有點位均使用相對重力儀辦理相對重力測量，並組成環線平差後，提供正高改正所需重力資料。
2. 相對重力測量使用之重力儀規格應符合：
 - (1) 重複性(repeatability)：小於 0.005mgal。
 - (2) 漂移率:小於 1.0mgal/month。
 - (3) 液晶顯示及自動讀數且記錄於記憶體中。
3. 展開測量作業前，必須至臺中及北港絕對重力點辦理重力儀檢核，往返測量應於 24 小時內完成，其測段往返閉合差及往返平均值與公告重力差值之較差必須小於 0.1 mgal；檢核不合格者，不得使用。
4. 各基準站旁均需辦理重力梯度測量，測量高度依 0、40、100、40、0、60、100、60、0、100、0 公分依序觀測，化算至各基準站天線處之重力採外插推估。
5. 作業時應量測溫度、溼度及大氣壓力，填寫重力測量記錄表，並依下列規定辦理。
 - (1) 作業時，須從一已知重力點經過一系列在未知重力值點上觀測，閉合至該已知重力點或另一已知重力點，稱為測線。
 - (2) 依規劃測線施測，各測線中之每一測段皆需實施重力測量往返觀測，站與站測段施測時間間隔以不超過 2 小時為原則，往返測量應於 24 小時內完成。
 - (3) 每個點位重力值以每 5 至 10 秒觀測 1 次，連續觀測至少 3 分鐘得 1 筆平均觀測值，以此法觀測得 2 筆平均觀測值，此 2 筆平均觀測值之差值需小於 0.05mgal；每筆平均值觀測結束時間與下一筆平均值觀測開始時間至少需間隔 1 分鐘以上。
 - (4) 每個點位應拍攝解析度二百萬像素以上 2 張觀測作業情形相片，其中一張須可清晰辨識標石號碼，另一張應拍攝重力儀施測情形及週遭環境，並分別以 XXXX-1.jpg，XXXX-2.jpg 為檔名，貼於重力測量觀測紀錄表並錄製於光碟片（其中 XXXX 代表點號）。
6. 資料處理與計算依「基本測量實施規則」相關規定辦理，一等水準點重力以內政部 103 年 3 月 13 日台內地字第 1030108069 號函公告之「102 年臺灣地區重力網重力測量成果」為依據。

三、衛星定位測量及計算

1. 因本案設置之高程參考點均位於基準站旁，距離極短，故本案僅針對高程參考點辦理 6 小時靜態衛星定位測量，並以衛星基線解算軟體計算基準站及高程參考點間之基線，再約制於基準站已知坐標，求得高程參考點 TWD97【2010】坐標（部分無公告坐標之基準站，則約制最新之 e-GNSS 坐標系統）。
2. 作業人員依觀測時段規劃時間到達點位後，確實定心、定平後開始觀測，並正確量測天線高（應拍照存證）。觀測時段資料記錄間隔一律為 5 秒。
3. 外業觀測辦理完成後，下載觀測資料原始電子檔需轉換為 RINEX 格式檔，且 RINEX 格式檔中應包含正確接收儀及天線型號資訊、化算後之天線垂直高度，天線垂直高度應化算至 ARP（Antenna Reference Point）位置，相關資訊應製作「衛星定位測量測站天線高換算表」。

四、點位調查表製作

高程參考點於清查或埋設完竣後，應製作點位調查表，並依下列方式填載製作：

1. 調查表製作方式及調查表格式，原則比照國土測繪中心「辦理加密控制衛星定位測量作業手冊」相關規定。
2. 點位屬性紀錄事項應至少包含點號、等級、所在地、標石維護狀況、材質、刻字、週邊環境、土地標示及土地所有人或土地管理機關等。
3. 點位示意圖（點之記）製作依沿用現有圖資中點位示意圖並視現地情況修正為原則，並須符合下列各項規定：
 - (1) 自主要交通幹道（如高速公路、省道或縣道等）開始，並將所經過之道路、學校、機關、醫院、工廠、橋樑、路標等明顯建築物或目標，將其里程及概略位置繪製於點位示意圖上，另將路徑沿途道路轉折或交叉路口處之重要地物地貌如茶園、竹林、墓地等標繪於圖上，並於點位說明欄詳細敘明。
 - (2) 點之記所繪略圖上方朝向北方，且各級道路以雙線繪製，點位所在地點清楚標示並加註點號識別。
 - (3) 點位所在位置應於點之記中加註與鄰近固定物或明顯地標之距離。
 - (4) 點位示意圖須提供電子檔(JPG 檔)，檔名命名採「XXXX(點號)-0(編碼).JPG」方式。
4. 透空及週遭環境：以點位為中心，將視平圈內高於 15 度以上之障礙物或遮蔽物，按實際方位標示於透空圖上，並於說明欄註記該障礙物或遮蔽物之距離、方位角及仰角等，另點位附近如有雷達、高壓電鐵塔等電訊設備時，其與點位之距離及方位角，亦一併註記。
5. 點位相片：標示作業日期，採數位相機拍攝，惟影像品質應力求清晰，不得模糊。照片檔名命名採「XXXX(點號)-□(編碼).JPG」方式，編碼：標石頂端俯視面-1、點位透空環境-2、點位透空環境-3、點位透空環境-4。
6. 製作完成後，每一點位調查表電子檔連同點位示意圖及點位相片（4 張）存放至同一

檔案夾。

五、成果計算與整理

1. 水準測量：

- (1) 原始觀測資料應為 ASCII 格式之一般文字檔。
- (2) 系統誤差改正表其內容應包括下列各項資料
 - (a) 測段檔名、測量日期、起點點號、終點點號、測段距離、測站數及原始高程差。
 - (b) 視準軸誤差改正值、折射誤差改正值、地球曲率改正值、正高改正值、水準尺溫度改正值、水準尺刻劃改正值、改正值總計及改正後高程差。
- (3) 閉合差分析表：各測段觀測量經系統誤差改正前辦理，內容包括起點點號、終點點號、測段後視與前視距離、測量日期、原始往返高程差、往返閉合差及容許標準值。
- (4) 計算各點位正高，並分析其精度。

2. 重力測量：

- (1) 原始觀測資料應為 ASCII 格式之一般文字檔。
- (2) 系統誤差改正表其內容應包括下列各項資料
 - (a) 測段檔名、測量日期、起點點號、終點點號、原始重力觀測值、各項重力資料改正值及其總和、改正後重力值。
 - (b) 固體潮引力產生之重力變化改正、海潮負載引起之重力變化改正、極移引起之重力變化改正、大氣壓力引起之重力變化改正、儀器飄移改正及儀器高改正。
- (3) 閉合差分析表：各測段觀測量經系統誤差改正後辦理，內容包括起點點號、終點點號、測量日期、原始往返重力差、系統誤差改正後重力差、往返閉合差及容許標準值。
- (4) 計算各點位重力值，並分析其精度。

六、報告書製作

本案工作報告書需製作 10 份及電子檔 2 份（Microsoft Word 格式及 PDF 格式）。報告書以 A4 紙張直式橫書打印、編目錄、章節、頁次、並加封面裝釘成冊。其內容至少應包括前言、規劃準備、工作項目、儀器符合規格之文件、工作執行成果、各項改正、平差成果及分析、相關圖表。

§1-3 工作進度與期程

本案的各項量工作（包含作業計畫書、水準測量、重力測量、衛星定位測量及工作報告等），實際自 106 年 2 月 22 日起至 106 年 9 月 28 日止，合計共 219 個工作天完成，其預定工作進度與實際工作進度參照表 1-1。

表 1-1 預定與實際工作進度表

項目	比例	數量	單位	106年											
				2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月				
作業計畫書	3.00	1	式		■	■	■								
點位清查與高程參考點埋設	3.00	1	式				■	■							
水準測量	47.72	17	點							■	■	■	■		
水準測量資料處理	5.00	1	式									■	■		
重力測量	29.20	17	點				■	■	■						
重力測量資料處理	4.00	1	式					■	■	■					
衛星定位測量	4.40	8	點				■	■	■						
衛星定位測量資料處理	1.34	1	式					■	■	■					
工作報告書	2.34	1	式											■	■

■ 預定進度 ■ 實際進度

§1-4 成果繳交項目

依照契約規定內容，成果繳交項目及數量如下：

1. 作業計畫書（含當年度電子水準儀測試報告）1份。
2. 水準測量：
 - (1) 水準測量紀錄表電子檔 2份
 - (2) 水準測量原始觀測資料（ASCII格式及標準格式）電子檔 2份。
 - (3) 水準測量系統誤差改正表電子檔 2份。
 - (4) 水準測量閉合差分析報表電子檔 2份。
 - (5) 水準測量計算成果電子檔 2份。
3. 重力測量：
 - (1) 重力儀檢核紀錄電子檔 2份。
 - (2) 重力測量紀錄表電子檔 2份。
 - (3) 重力測量原始觀測資料電子檔 2份。
 - (4) 重力測量系統誤差改正表電子檔 2份。
 - (5) 重力測量閉合差分析報表電子檔 2份。
 - (6) 重力測量計算成果電子檔 2份。
4. 衛星定位測量：
 - (1) 衛星定位測量原始觀測資料電子檔 2份。
 - (2) 衛星定位測量天線高換算表電子檔 2份。
 - (3) 衛星定位測量計算成果電子檔 2份。
5. 工作報告書 10份及電子檔 2份。

第二章 規劃準備

§2-1 測線規劃

本案辦理的衛星基準站共計 17 個，其點位分布情形如圖 2-1，各站位置資訊如表 2-1 所示。

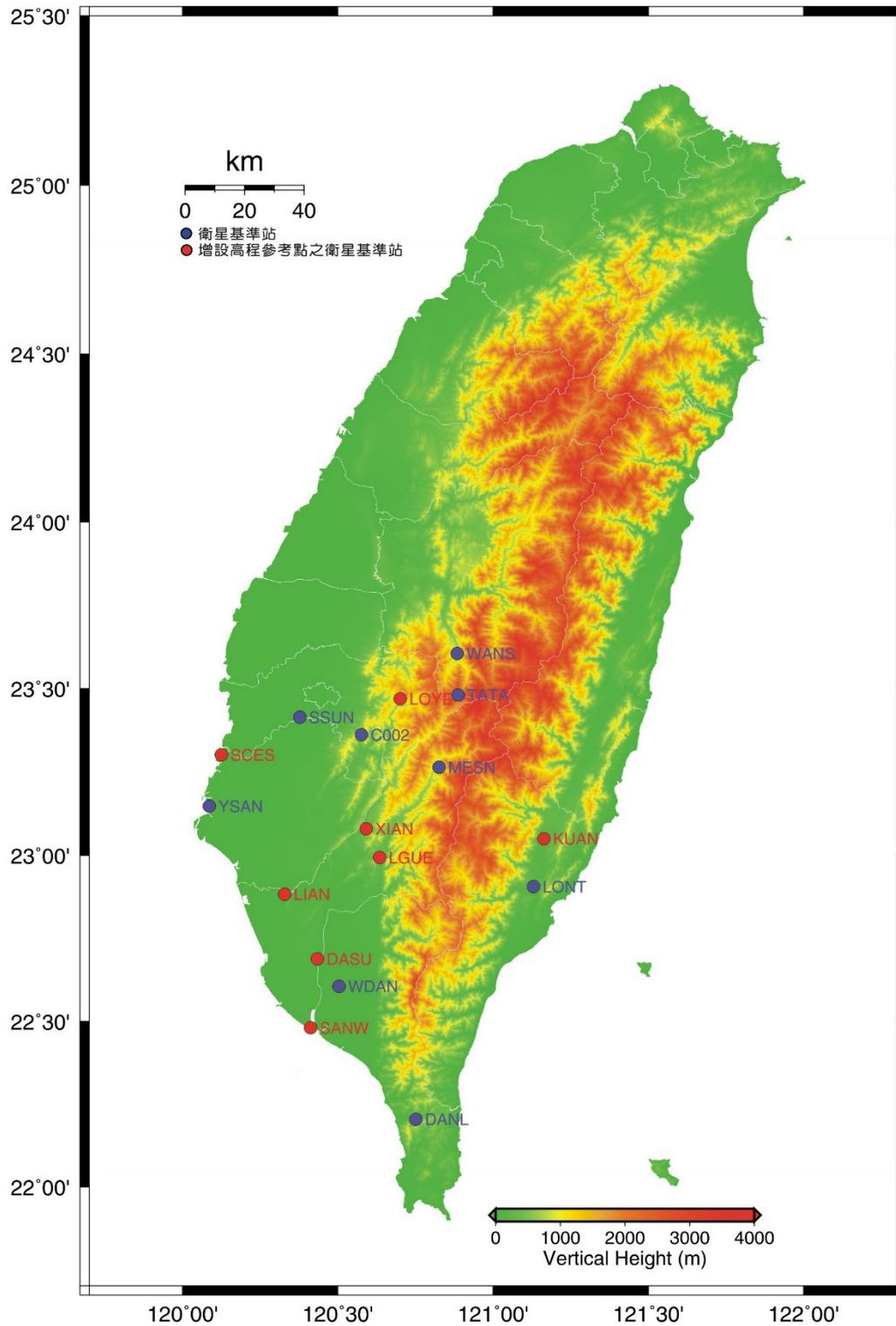


圖 2-1 衛星基準站分布圖

表 2-1 衛星基準站一覽表

序號	點名	點號	管理機關	管理機關
1	分水嶺	C002	中研院地球所	
2	丹路國小	DANL	交通部中央氣象局	
3	大樹	DASU	高雄市政府地政局	增設高程參考點
4	甲仙	XIAN	高雄市政府地政局	增設高程參考點
5	關山	KUAN	交通部中央氣象局	增設高程參考點
6	六龜	LGUE	交通部中央氣象局	增設高程參考點
7	阿蓮	LIAN	高雄市政府地政局	增設高程參考點
8	鹿野龍田	LONT	交通部中央氣象局	
9	樂野	LOYE	中研院地球所	增設高程參考點
10	汕尾	SANW	高雄市政府地政局	增設高程參考點
11	雙春國小	SCES	臺南市政府地政局	增設高程參考點
12	水上	SSUN	交通部中央氣象局	
13	梅山	MESN	中研院地球所	
14	塔塔加	TATA	交通部中央氣象局	
15	望鄉	WANS	交通部中央氣象局	
16	萬丹	WDAN	交通部中央氣象局	
17	七股	YSAN	交通部中央氣象局	

前述 17 個衛星基準站中，DASU 等 8 個站由於設站地點未在地表上，為方便後續水準及重力測量，因此於附近適當地點設置高程參考點（埋設規格如圖 2-2、埋設相片參照圖 2-3），並增測衛星定位測量，以求取高程參考點的坐標。

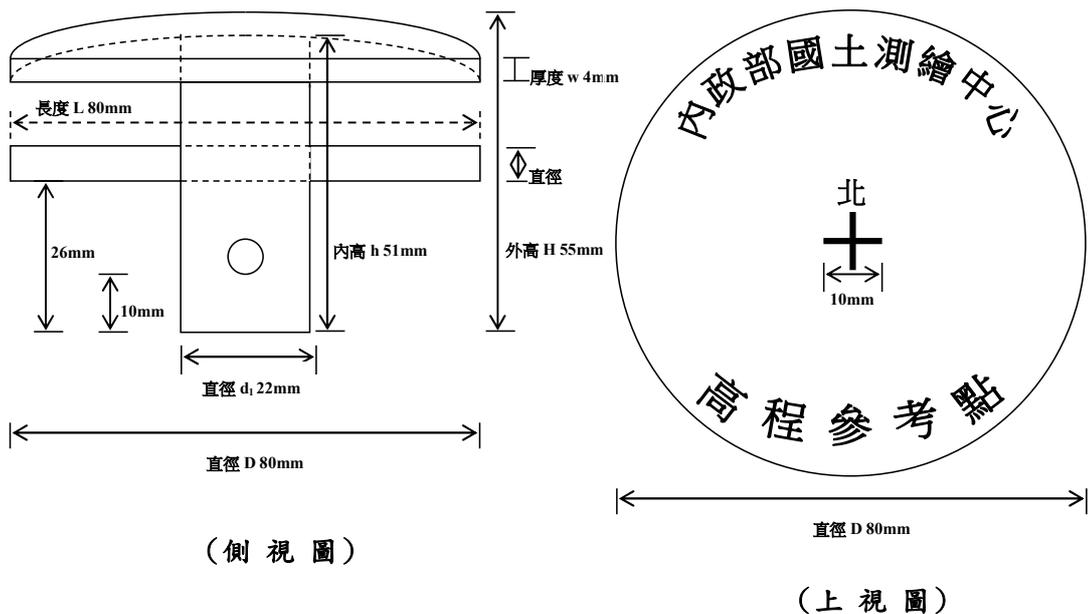


圖 2-2 高程參考點規格示意圖



圖 2-3 高程參考點相片

此外，為確保水準測量的穩定度，於其它未設有高程參考點的地面型衛星基準站，均於該基準站底部增設一臨時水準點，於水準測量過程中先附合至該臨時水準點上，在觀測至基準站天線盤底部（如圖 2-4）。



圖 2-4 水準臨時點相片

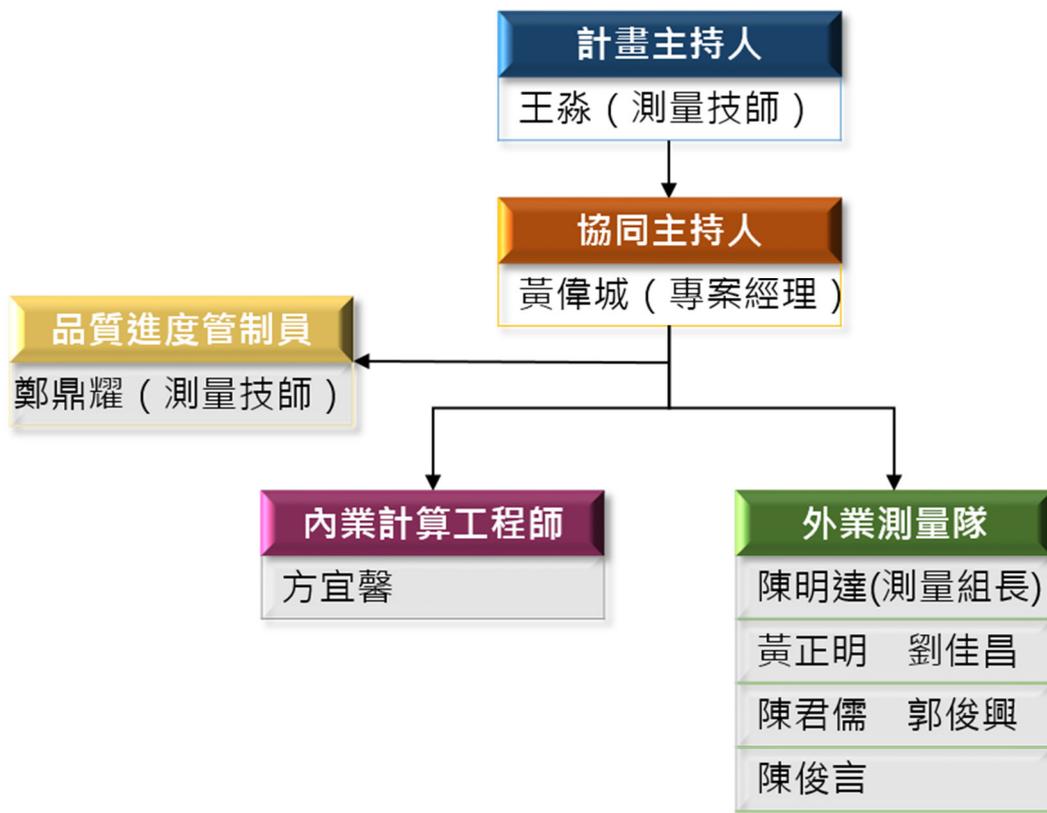
水準及重力測量的測線規劃，主要採用附合方式進行，也就是於基準站前後各擇定一已知一等水準點，將衛星基準站置於其中間，利於後續進行水準及重力平差，各基準站測線規劃如表 2-2。其中 MESN（點名：梅山）因山區道路崩塌的問題，於重力測量時採 J051-MESN-J052 順序施測，而於水準測量時改採 J050A-J051-MESN 的順序施測。

表 2-2 衛星基準站水準及重力測線規劃表

序號	點名	點號	規劃測線	備註
1	分水嶺	C002	3161-C002-3162	
2	丹路國小	DANL	9234-DANL-9235	
3	大樹	DASU	L102-DASU-L103	
4	甲仙	XIAN	J027-XIAN-X208	
5	關山	KUAN	9164-KUA2-9165	
6	六龜	LGUE	R005-LGU2-R006	
7	阿蓮	LIAN	J105-LIAN-J106	
8	鹿野龍田	LONT	9173-LONT-9174	
9	樂野	LOYE	H028-LOYE-H029	
10	汕尾	SANW	G120-SANW-X213	
11	雙春國小	SCES	G067-SCES-G068	
12	水上	SSUN	1136-SSUN-1137	
13	梅山	MESN	J050A-J051-MESN-J052	
14	塔塔加	TATA	X121-TATA-H049	
15	望鄉	WANS	L052-WANS-L053	
16	萬丹	WDAN	R035-WDAN-R036	
17	七股	YSAN	G077-YSAN-G078	

§2-2 作業人員編組

執行本案時，為維持本公司一貫之高精度要求，因此如何在各階段工作中，達成相互工作間之管理、協調與聯繫、整合即顯得相當重要。亦是本次計畫是否執行順利、工作進度是否如期完成、成果品質是否合乎要求的關鍵所在。有鑑於此；本本案之計畫主持人無論是於學經歷背景或是測量相關實務經驗皆必須豐富且完整，故本公司乃以測量技師王焱來擔任此項計畫的主持人；並由多次參與相關計畫之經理黃偉城擔任協同主持人，執行並規劃整個計畫內、外業流程；外業測量隊由實務經驗豐富之陳明達帶領外業人員，實地進行外業測量，另設有內業資料處理人員來進行資料整理、報表製作與資料計算等工作；並設立品質進度管制員對本案工程進度與品質進行管控；總計針對本案，預定投入 10 個工作人員，專案工作人員編組如圖 2-5。



§2-3 儀器設備編組

依照本案的作業內容，預定使用之儀器設備規格如表 2-3。對預定使用之裝備數量，將會依照前述規劃之人員編組來使用，而各項儀器設備均有充分之數量，若有需要時則隨時可搭配必要之人力加入作業。

表 2-3 使用之儀器設備規格表

設備名稱	電子精密水準儀 (Trimble Dini03)	相對重力儀 (LaCoste Gravition EG)
設備相片		
規格	<ul style="list-style-type: none"> 觀測精度$\pm 0.3\text{mm}$ 最小讀數 0.1mm，最小估讀數 0.01mm 水平設定精度$\pm 0.2''$ 圓盒氣泡靈敏度 $8'/2\text{mm}$ 有效距離 $1.5\text{m}\sim 100\text{m}$ 	<ul style="list-style-type: none"> 重覆性：在完美狀態下：0.001 mgal 溫度範圍：$0^\circ\text{ to }+45^\circ\text{C}$ 絕對漂移率（每月）：$<1.0\text{ mgal}$ 固體潮改正與氣壓改正：即時修正。 水平方式：自動水平（最高可至 13° 傾斜）。
設備名稱	GPS 衛星定位接收儀 (Trimble 5700)	
設備相片		
規格	<ul style="list-style-type: none"> 雙頻雙 P 電碼 L2 全波長 搭配大地型天線盤 (Zephyr Geodetic) 水平精度$\pm 5\text{mm}+0.5\text{ppm}$ 垂直精度$\pm 5\text{mm}+1.0\text{ppm}$ 可同時接收衛星顆數 $9\sim 12$ 顆 	

第三章 衛星定位測量

S3-1 衛星定位外業測量步驟

本案僅針對前述 8 個新設高程參考點辦理 6 小時靜態衛星定位測量，並以衛星基線解算軟體計算基準站及高程參考點間之基線，再約制於基準站已知坐標，求得高程參考點 TWD97【2010】或 e-GNSS2017 坐標，其觀測作業程序如圖 3-1，各步驟說明如后：

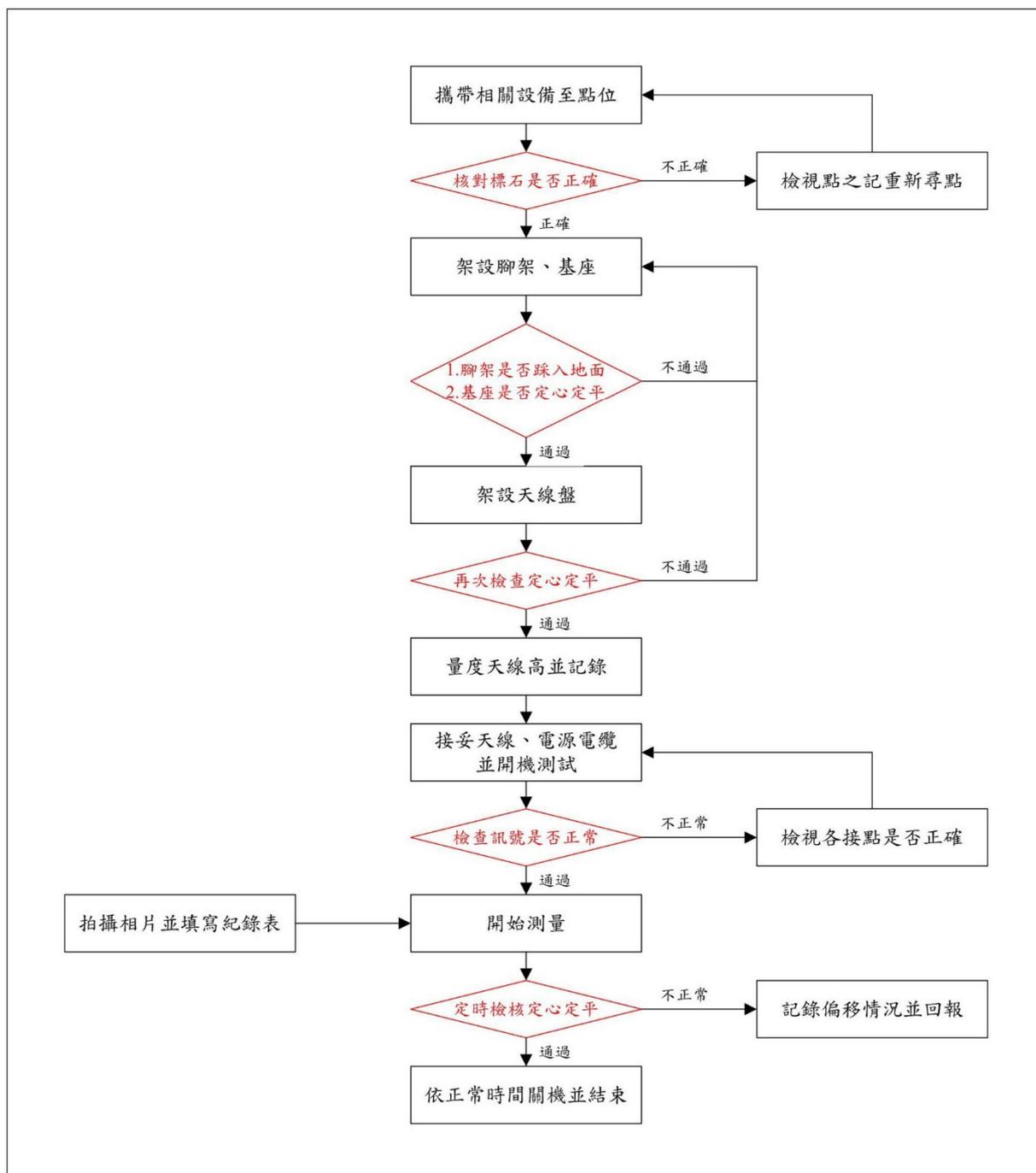


圖 3-1 衛星定位外業測量流程圖

- (1) 於測站架設天線，注意腳架應確實踩入地表面，並確實定心、定平。
- (2) 依指北針調整天線方位，使天線特定標誌指向北方，再次檢核基座之定心、定平，並量測天線高度且記錄之。
- (3) 確實接妥天線與接收儀之電纜及電源電纜；電池正、負極應注意正確接法，以免短路，損及電池或接收儀。
- (4) 打開接收儀電源，按儀器正常操作程序開機，檢查接收功能及記憶體空間是否足夠。
- (5) 按計畫觀測時段表內規劃之時段，輸入點號、天線高、時段代號、資料記錄速率，最少接收衛星個數等參數，開始觀測並填寫觀測紀錄表。
- (6) 以數位相機拍攝 3 張觀測作業情形相片，其中一張拍攝天線高度量測情況，應可辨識讀數（圖 3-2），一張須可見標石號碼，另一張應儘可能同時可見接收儀、點位標石及週遭環境（圖 3-3）。



圖 3-2 天線高度量度相片



圖 3-3 GPS 觀測全景

- (6) 觀測時段結束後關機，並重新量測天線高度，前後兩次天線高之差不應大於 3 mm，取平均值做為最後天線高。若前後差值超過 3 mm，應查明原因，提出處理意見填寫於觀測紀錄表備註欄。注意光學基座對心是否偏移，若有則估計其偏移量及方向，記載於觀測紀錄表備註欄。
- (7) 不同時段連續觀測之共同點位，應關機並重新整置儀器，量測天線高度。前後兩次天線高度原則應相差 10 cm（含）以上，且基座及腳架方向應調整 180 度。

依照前述方式測量，8 個高程參考點 GPS 觀測作業自 106 年 4 月 9 日至 106 年 4 月 20 止，合計共 12 個工作天。

§3-2 GPS 觀測資料處理與篩檢

GPS 測量成果的品質，取決於資料處理過程是否完善，故野外觀測蒐集的資料，應先逐日逐時段處理，求解各基線分量後，再結合全部所觀測基線的資料，進行整體網形平差的成果與分析。

因此，在執行本次計畫時，對於觀測資料的解算，採 Bernese 軟體，因此對於資料處理的過程須十分嚴密而謹慎；圖 3-4 為此次處理整個觀測資料的作業流程，而詳細說明分述如后。

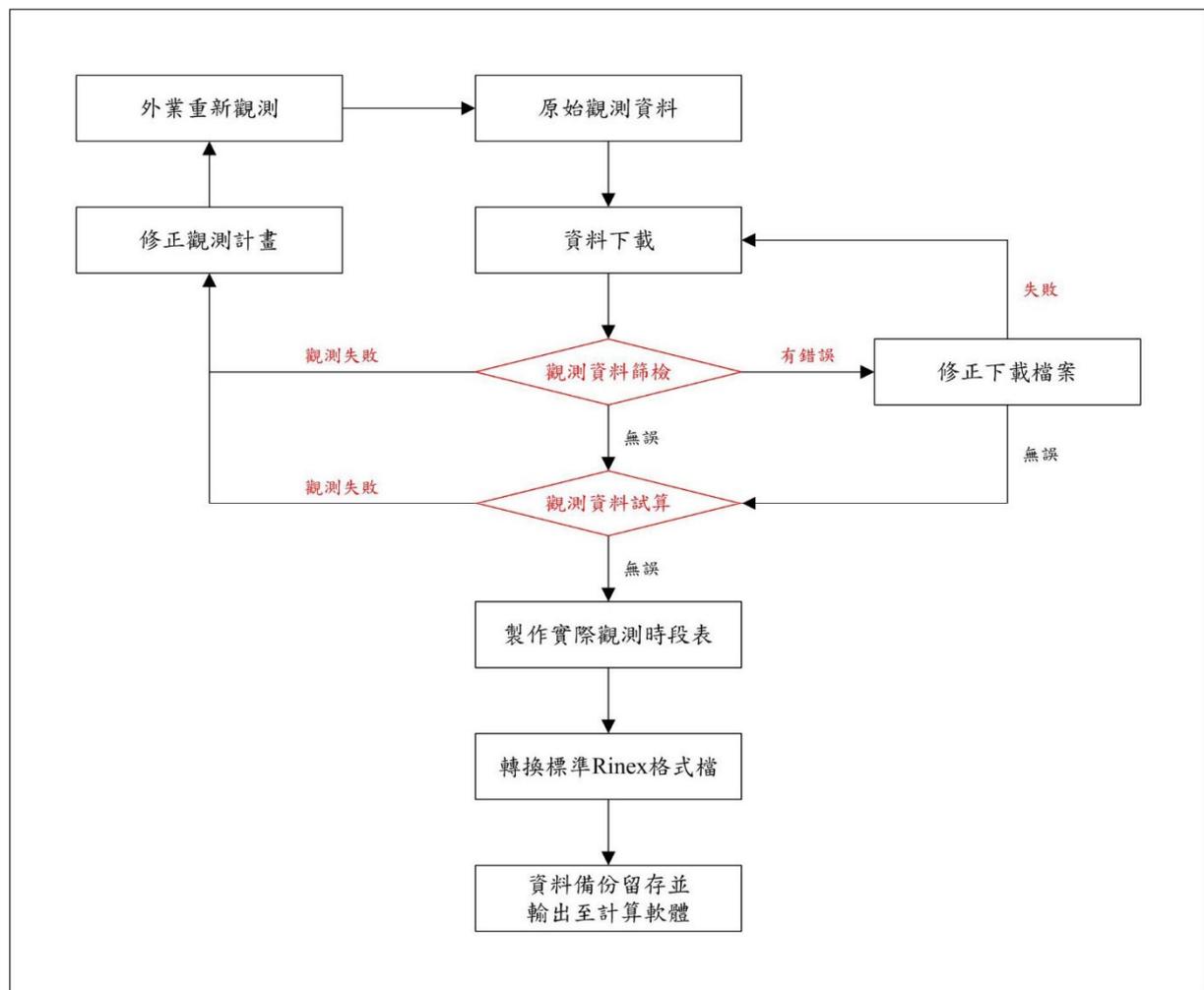


圖 3-4 GPS 觀測資料處理流程圖

首先對於本公司實際外業觀測資料進行處理，由於此次外業觀測上採用的儀器均為同一廠牌（Trimble）的儀器，因此在採用原廠傳輸軟體傳輸至電腦後，有以下的幾個步驟需加以進行：

- (1) 對照計畫觀測時段表及觀測紀錄表，確保觀測點位正確，並檢核觀測相片是否相符。
- (2) 核對下載檔名與儀器儲存檔名是否相同，若否則研判是否儲存錯誤或是下載錯誤。
- (3) 檢核點號、天線高、觀測時間是否正確，若否則加以註記並於後續進行修正。
- (4) 確定觀測資料量是否足夠，單點定位是否成功，否則須修正後續觀測計畫進行重測。
- (5) 使用商用軟體 Topcon Tools V8.2 版進行基線試算，確保整個外業觀測成功，若判定觀測失敗，則將觀測失敗的點位配合修正後續觀測計畫進行重測。
- (6) 資料於各階段均進行備份，並確認觀測無誤後製作實際觀測時段表；接著化算天線高 Rinex 標準格式檔所定義的天線參考點（Antenna Reference Point, ARP）位置（如圖 3-5）。

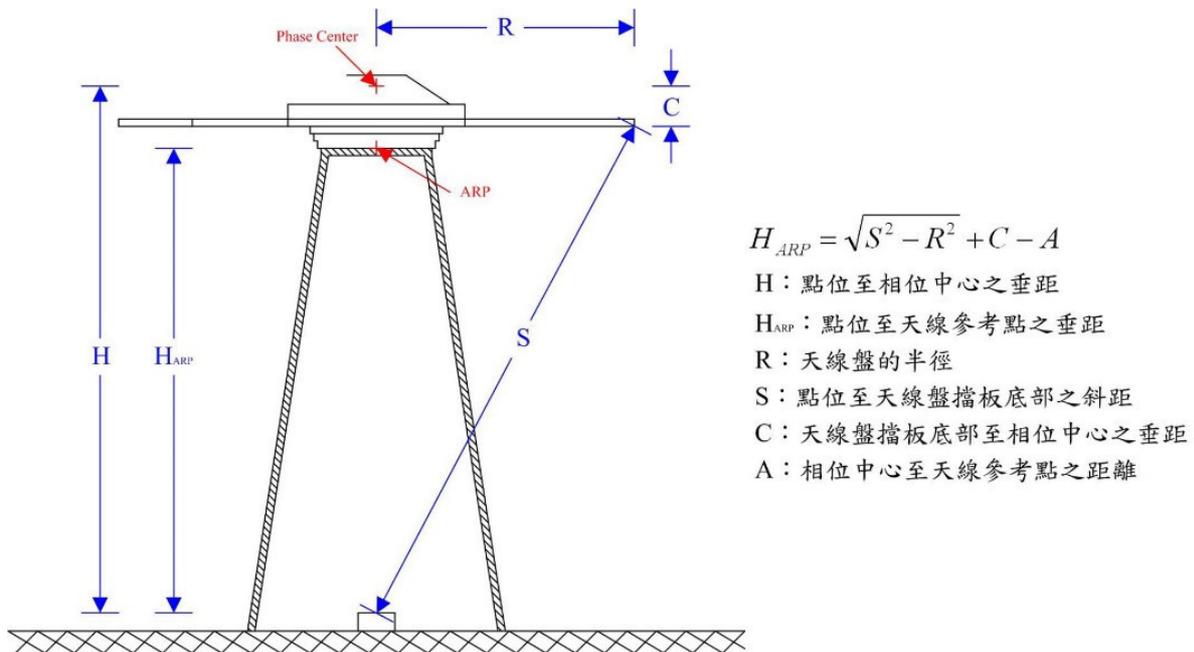


圖 3-5 天線高化算示意圖

§3-3 GPS 觀測資料計算

1. 多測站-多時段網形平差方法

在一個 GPS 觀測計劃中，同步且連續接收衛星訊號之時間段，稱為一個時段(Seeber, 1993)。現今的 GPS 衛星定位測量作業大都是以多測站-多時段的方式進行野外施測，所收集的資料自然為多測站-多時段的形式。多測站-多時段平差法進行 GPS 觀測網平差時，在每個單一時段裡同時解算所有測站的同步觀測量，並儲存每個時段的法方程式 (normal equations) 以進行多時段合併所有法方程式之整體平差，此平差法的最大特點是考慮每一測站觀測量之間的相關性，使得平差模式較為嚴謹。其資料處理步驟如下(陳國華，2004)：

- (1) 單一時段之多測站整體平差：在每個單一時段平差裡，弛約制 (n, e, u 方向的精度值，均設定為 0.1 mm) 測區附近追蹤站的先驗坐標資訊進行最小約制網平差，此步驟的主要目的是觀測資料的剔錯，並產生各時段的法方程式矩陣與相應的各點位坐標。
- (2) 合併所有時段法方程式矩陣進行整體平差：採用循序 (sequential) 最小二乘估計方式進行所有法方程式的合併求解，此結果與將所有資料一次平差求解之結果相同 (Beutler et al., 1996)。循序最小二乘估計的優點為不需要一次解算所有資料，可以分次計算而得到同樣的結果，此演算法可以節省大量的計算空間，對大規模網形平差而言具有很大之助益，經由合併法方程式之整體平差求解後，即能得到最後的成果。

GPS 觀測資料為一連串的衛星接收訊號，觀測量多寡取決於觀測時間之長短與衛星訊號取樣間隔 (sample interval) 的大小。當觀測時間較長、取樣間隔較密以及同步觀測的站數較多時，欲同時處理這些觀測資料，必會受到軟體以及電腦設備硬體之限制。若採取多測站-多時段的平差模式，先進行單一時段的資料處理減少整數週波未定值之個數，然後合併法方程式整體平差，如此即可以有效解決未知數個數龐大的問題並能兼顧平差模式的嚴密性。故其具有以下之重要特性 (張坤樹、鄭鼎耀，2006)：

- (1) 可解決整數週波未定值個數龐大之問題，有效減少未知數個數，利於計算。
- (2) 能夠維持誤差理論之嚴密性。
- (3) 經由各個單一時段之計算，能有效進行觀測資料之剔錯。

2. Bernese 計算流程

本案中計算 GPS 資料的軟體為瑞士伯恩大學天文研究所（Institute of Astronomy, University of Berne）所研發之 Bernese 軟體，該軟體常用於全球高精度的 GPS 計算，整個計算流程參照圖 3-6，而處理過程則分述如后。

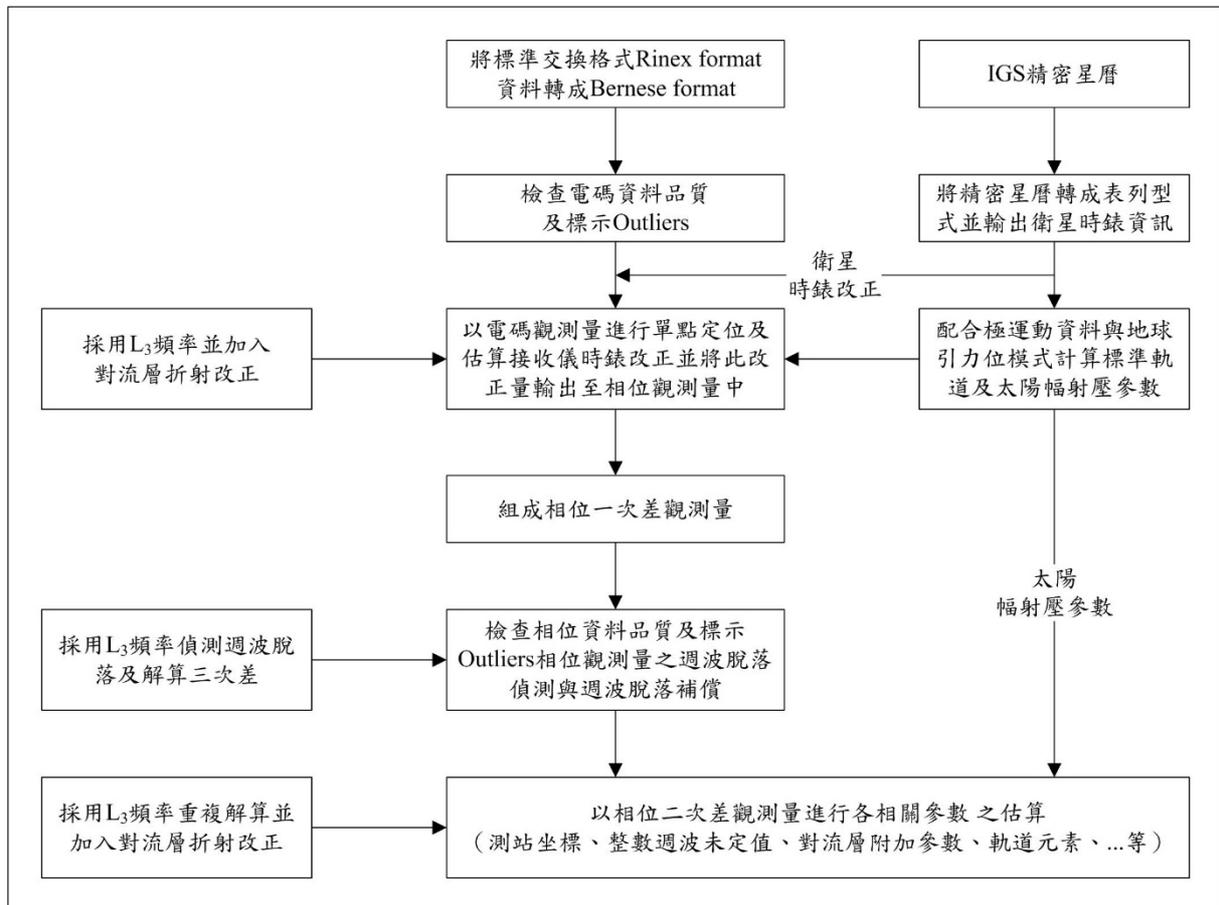


圖 3-6 Bernese 軟體計算流程圖

Bernese 程式的主要架構有下列五個部分：

- (1) 資料轉換：可將 Raw Data、Rinex Data 以及 Bernese Data 之間互相進行轉換，以方便使用者進行計算。
- (2) 衛星軌道：可利用廣播星曆或精密星曆計算出衛星標準軌道，將衛星軌道視為已知，來求解其餘未知參數。
- (3) 資料處理：可以處理單頻或雙頻儀器所接收的「虛擬距離」及「載波相位」觀測資料，亦可同時求解 GPS 衛星的資訊，並可輸出法方程式，以方便多天的資料進行聯合求解。
- (4) 資料模擬：可根據所設定的誤差值，模擬 GPS 衛星雙頻的觀測資料。
- (5) 雜項工具：可以進行資料的編輯修改、合併成果坐標檔以及顯示觀測量殘差。

因此，在本案使用上，Bernese 具有下述特性：

- (1) 對於單頻及雙頻的觀測資料，計算較為快速。
- (2) 軟體可針對電離層及對流層延遲效應進行修正，並提供最新模式供使用者選擇。
- (3) 可進行天線盤相位中心修正，即使採用不同型號的 GPS 接收器及天線盤，亦可進行計算。
- (4) 可計算衛星軌道，並可以求取地球自轉參數。
- (5) 可進行自由網解算，計算測站坐標。

而除了整理原始觀測資料並進行修正及轉檔外，在計算作業開始前，為配合計算軟體的運作，尚有下列資料須同步進行蒐集：

- (1) 衛星的軌道誤差雖可經由相位觀測量二次差降低其影響，但仍可能有殘餘誤差的存在，而採用的解決方式乃是使用精密軌道（星曆）逕行消除之。因此採用的星曆為 IGS 提供之精密星曆，以取代接收儀接收的廣播星曆。
- (2) 為配合 Bernese 軟體計算使用，須至瑞士伯恩大學天文研究所的伺服器下載最新的參數，其包含下列四個參數檔案：
 - (i) 地球每天的自轉參數檔案（C04_****.erp；****表西元年）。
 - (ii) 各種不同 GPS 天線盤的相位中心偏移量以及相位中心變化量（Phas_igs.01）。
 - (iii) 標示著每一顆衛星的狀態（Sat_****.crx；****表西元年）。
 - (iv) 標示著每一顆衛星的重量、天線盤傾角等相關資訊檔（Satellit.ttt）。

進行完相關前置準備動作後，即進行 Bernese 資料計算。Bernese 處理資料主要可分為前處理（pre-processing）與後處理（post-processing）兩個層次（Yang et al., 2001）。前處理之概略流程如下：

- (1) 將標準轉換格式（RINEX）之觀測資料轉成 Bernese 格式。
- (2) 自精密星曆中萃取出各衛星之時錶修正量，以供後續處理之用。
- (3) 將精密星曆轉成表列型式，再組成 Bernese 格式之軌道。其中組軌道之原則：利用每天之精密星曆，組成 24 小時之軌道，包括 6 個克卜勒軌道元素和 2 個 ROCK4/42 模式之太陽幅射參數，作為資料修編與後處理之用。
- (4) 進行電碼資料之檢查，剔除錯誤觀測量。
- (5) 利用電碼資料進行單點定位，計算測站導航坐標及接收儀時間誤差量，並將時間修正於載波相位資料中，使接收儀之時間能準確至 10^{-6} - 10^{-7} 秒。
- (6) 組成獨立的基線網一次差觀測量，即將所有測站依最短距離（shortest）之原則，組成線性獨立的一次差觀測量。
- (7) 利用精密星曆與衛星時錶資料進行資料之修編、週波脫落之補正（cycle slip editing）、時錶差修正、標示錯誤的觀測量或不能使用之觀測量。對於週波脫落之處理，採自動偵測與補償方式。

而後處理之流程與採用的模式敘述如下：

- (1) 軌道部份：採用 IGS 精密星曆，所有軌道參數視為已知，固定之而不加以求解。
- (2) 極運動改正：採用 IERS(International Earth Rotation Service)公布值(C04_****.erp; ****表西元年)，將 UTC 與 UT1 之差值加以修正之，並將坐標值由瞬間極之坐標系修正至 J2000 平均極 (CIO) 坐標系上。
- (3) 引力位模式：採用 GEM-T3 (8x8)，其中； $C_{21} = -0.17 \times 10^{-9}$ ， $S_{21} = 1.19 \times 10^{-9}$ ， $GM = 398600.4415 km^3 / s^2$ ，日、月引力及地球固體潮也加以考慮。
- (4) 對流層折射改正：採用 Hopfield 模式，以海平面標準氣象資料，溫度 $18^{\circ}C$ ，相對溼度 50%，大氣壓力 1013.25 mbar，推求各測站的對流層改正起始值，並引用大氣資料進行對流層折射影響量的改正參數。以各測站每 2 小時增加 1 個參數之方式，加以吸收殘留的對流層折射誤差。
- (5) 計算時採用仰角 10 度以上的觀測資料，此乃為避免在低仰角觀測時伴隨的較大雜訊 (noise and multipath) 所造成之影響。
- (6) 整數週波未定值求解過程，乃先利用實數解求得一精確之坐標，然後採用 QIF (Quasi Ionosphere-Free) 方法，求得 L_1 和 L_2 的整數週波未定值，再組成無電離層 (ionosphere free) 效應觀測量 L_3 ，並將解得 L_1 和 L_2 的整數週波未定值代入無電離層效應之觀測方程式中，開始求解其餘各未知參數。

經由前述流程計算後，可以得到本案 8 個高程參考點坐標成果如表 3-1。

表 3-1 高程參考點坐標成果表

序號	點號	緯度	經度	橢球高(m)	坐標系統
1	DASUBM	N 22°41'16.58191"	E 120°26'06.40878"	44.144	
2	XIANBM	N 23°04'53.32576"	E 120°35'31.87756"	299.327	
3	KUANBM	N 23°02'58.89439"	E 121°09'50.55189"	250.401	
4	LGUEBM	N 22°59'35.99934"	E 120°38'07.83951"	267.223	
5	LIANBM	N 22°52'58.01104"	E 120°19'48.68273"	43.325	
6	LOYEBM	N 23°28'06.58924"	E 120°42'06.01152"	1206.483	
7	SANWBM	N 22°28'45.68647"	E 120°24'42.33088"	22.321	
8	SCESBM	N 23°18'04.29410"	E 120°07'29.91715"	20.550	

第四章 重力測量

§4-1 重力率定作業

為了使本案重力測量能達到高精度、高效能之預期目標，對於使用之儀器設備需經過嚴密檢校措施，以確保其施測成果的可靠性。本案所使用之設備依照合約規定進行檢校率定工作，以重力儀檢校而言，展開測量作業前，必須至指定地點辦理重力儀檢核，其測段往返閉合差及往返平均值與原重力差值之較差必須小於 0.1 mgal 。經檢校率定結果符合儀器本身應有之精度，其檢校率定成果參照表 4-1，其檢校情形參照圖 4-1。

表 4-1 重力儀檢校率定成果表

儀器序號	起點測站	終點測站	施測日期	較差值 (mgal)	備註
EG-1195	TCHG	PKGG	2017/03/24	-0.0856	合格



圖 4-1 重力儀檢校率定作業情形

§4-2 重力外業測量

§4-2-1 重力外業測量方法

相對重力測量時，測線的佈置方法很多，它與交通工具、要求精度和儀器性能等許多具體條件有關，但主要的還是儀器零點變化問題（即儀器零點漂移）。基本上採用兩種方法：單向觀測和重複觀測法。單向觀測無法察覺錯誤，對儀器零點變化也無法控制，故近年來較少採用；而重複觀測對於錯誤和儀器零點變化的控制均優於單向觀測。

重複觀測因測線中重力點的觀測順序不同而各有其名稱，其中較常見的為測量環線，主要是因為它對儀器零點變化有充分的控制，其方法為從一已知重力點經過一連串在未知重力值點上觀測，最後閉合至原已知重力點或另一已知重力點。由於本案點位規劃上主要呈線狀，且規範要求需實施往返測，因此在施測過程中將採取「階梯式（Ladder）」的方式（圖 4-2）施測，易於察覺觀測時所發生錯誤，以提高精度。

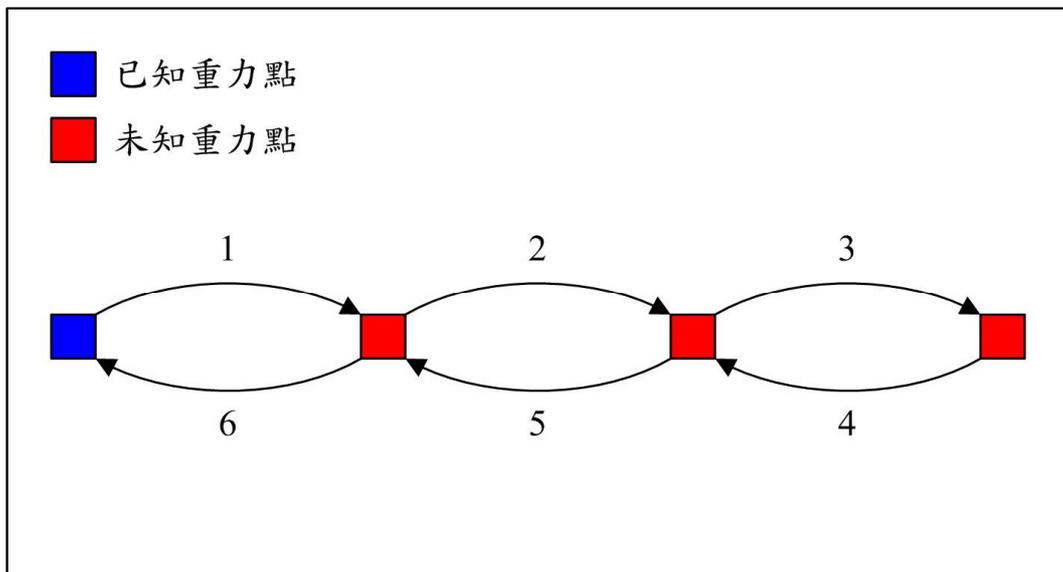


圖 4-2 階梯式重力測量示意圖

§4-2-2 重力外業測量步驟

本案採用 LaCoste Gravition EG 相對重力儀，其外業測量測量流程如圖 4-3，相關步驟說明如后：

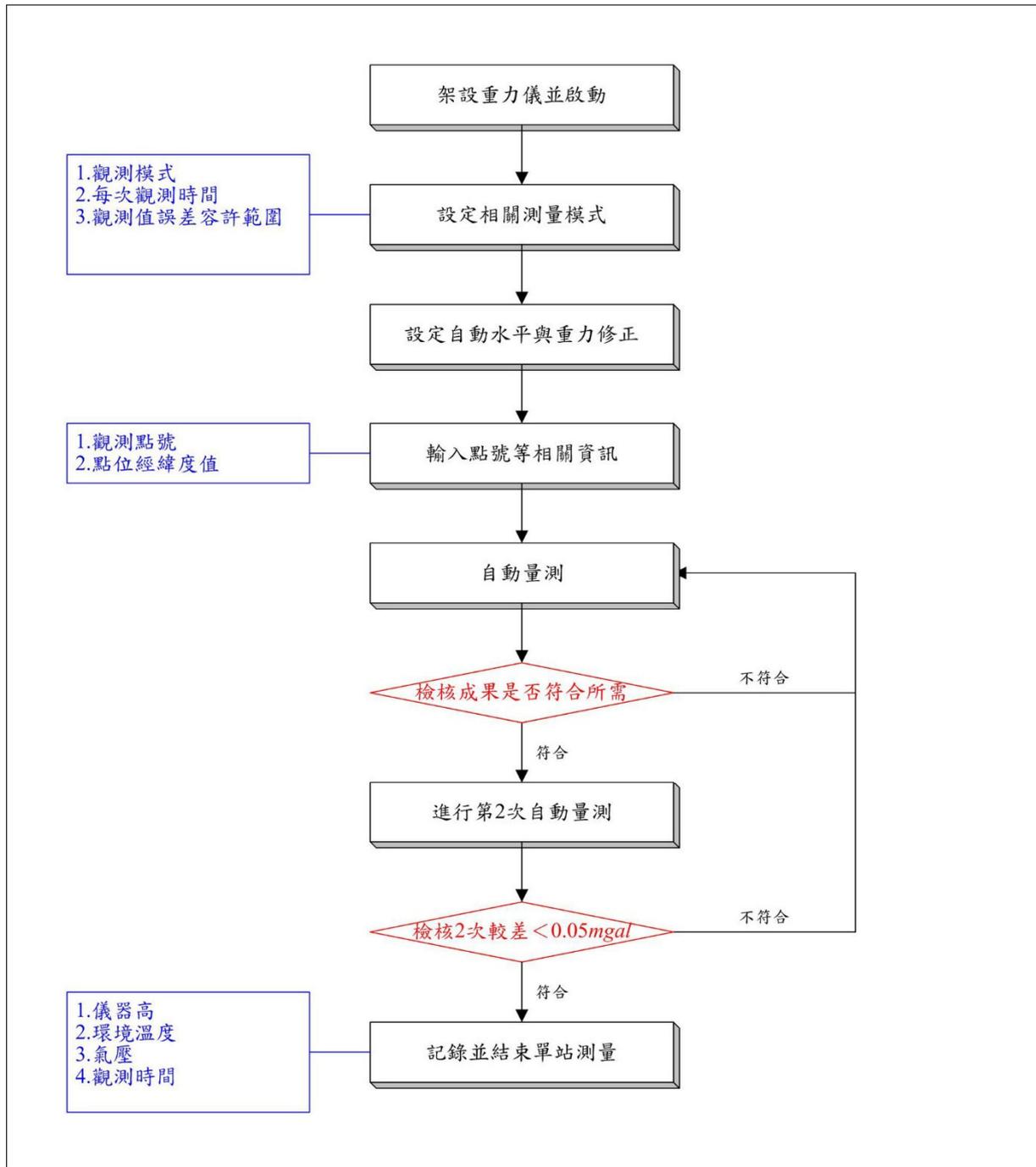


圖 4-3 重力外業測量流程圖

- (1) 將重力儀取出置於待測點位正上方，開啟電源並經啟動程序後，依需求設定觀測模式、每次觀測之時間、觀測值誤差容許範圍。
- (2) 在設定選單中，將自動水平項目改為起動模式，並啟動水平校正之重力修正，並依環境需求設定水平校正的範圍允許值。
- (3) 輸入該測點之名稱、經、緯度值（做全球海潮模式的重力值修正用）。
- (4) 按下功能鍵進入自動量測的步驟，要注意從此時起不要再觸動儀器。
- (5) 觀測的過程中首先儀器會自動調整水平，接下來會自動鬆開內部彈簧的固定螺旋，接著調整彈簧的「range」，然後自動讀數，完畢後會自動再鎖上固定螺旋、自動存檔後完成該站的觀測。
- (6) 在觀測的過程中，若是該儀器所在位置與前一次讀數之重力值有很大的改變時（例如由平原地帶移至高山區），為了使儀器調整至電子補償系統許可的狀態下，可能會調整超過 100 mgal ，此時會跳出一個對話視窗詢問是不是要中止「re range」的工作，此時該選擇取消，讓儀器繼續進行「re range」的調整，此項工作約需費時 40 分鐘左右。若非如上述情形者，則直接中止「re range」的工作即可。
- (7) 每一次觀測完後，會出現該測點觀測的觀測資訊，可提供做為該次觀測資料取選的參考，若不滿意可以重新進行觀測。
- (8) 第一次觀測後，等待超過 1 分鐘後，重覆進行儀器自動觀測 1 次。
- (9) 檢核 2 次觀測值較差是否小於 0.05 mgal ，若否則再重覆進行觀測，直至符合相關規定為止。
- (10) 用鋼捲尺量儀器高（由待測點算起，儀器面板最上緣止），記錄外在環境溫度、氣壓及觀測時間。

本案重力測量作業自 106 年 4 月 5 日至 106 年 4 月 21 日止，合計共 17 個工作天，外業重力測量情形參照圖 4-4。



圖 4-4 重力外業測量相片

此外，於基準站旁均需辦理重力梯度測量（圖 4-5），測量高度依 0、40、100、40、0、60、100、60、0、100、0cm 依序觀測，化算至各基準站天線處之重力採外插推估，各站重力梯度成果如表 4-2。



圖 4-5 重力梯度測量

表 4-2 衛星基準站重力梯度成果表

序號	點名	點號	重力梯度(mgal/m)	備註
1	分水嶺	C002	-0.3842	
2	丹路國小	DANL	-0.2786	
3	大樹	DASU	-0.2827	
4	甲仙	XIAN	-0.2846	
5	關山	KUAN	-0.2596	
6	六龜	LGUE	-0.2616	
7	阿蓮	LIAN	-0.3128	
8	鹿野龍田	LONT	-0.3116	
9	樂野	LOYE	-0.2827	
10	汕尾	SANW	-0.3056	
11	雙春國小	SCES	-0.2807	
12	水上	SSUN	-0.3539	
13	梅山	MESN	-0.2303	
14	塔塔加	TATA	-0.3935	
15	望鄉	WANS	-0.3372	
16	萬丹	WDAN	-0.3244	
17	七股	YSAN	-0.3444	

§4-3 重力測量資料處理

§4-3-1 重力測量資料處理流程

於重力外業測量完成後，必須先針對觀測資料加以整理、檢查，以確定資料是否合乎規範要求，因此必須設計一套處理的流程，依照本案合約規範內容對資料進行檢核，以確保施測成果品質完善，並且製作各項成果圖表，及後續重力網平差計算與相關成果分析。圖 4-6 為本案重力資料處理的流程，後續將利用程式自動化處理各階段的工作，詳細內容將於爾後各節加以說明。

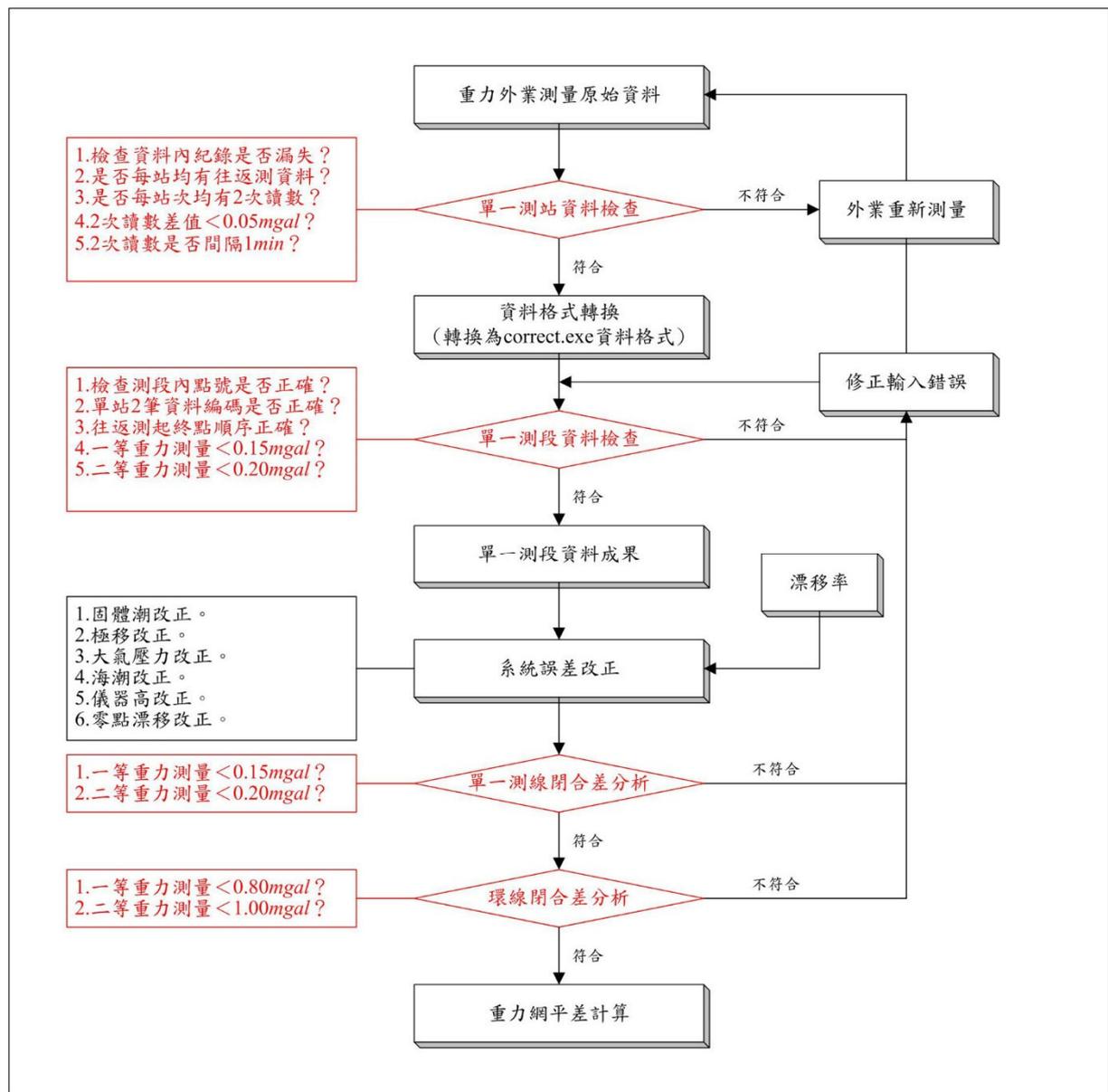


圖 4-6 重力測量資料處理流程圖

§4-3-2 重力觀測資料處理與檢核

1. 觀測資料檢核

針對原始重力觀測資料的檢核，將每日每組的原始觀測資料下載後，為節省程式輸出錯誤成果，導致整條測線分析錯誤、重算，並方便實際作業期程的掌控，於獲取得原始觀測數據後，先檢核每一測線的外業觀測成果，主要分為如下二部分：

- (1) 檢查單一測站之觀測資料：內容包括往返測站名編碼、測站二次讀數經儀器內固體潮改正後讀數差值、儀器高等項目；這些檢查項目中，須經由外業觀測人員人工輸入各測站及觀測時之資訊，在測量過程中，由於天候及人為因素影響下，錯誤站名編碼及輸入資料錯誤實屬平常，為避免重跑資料改正等程式而浪費時間，仍由人工先行檢核、剔錯。
- (2) 檢查單一測線之觀測資料：內容包括測站數是否為偶數、測線中各測站之前後順序（觀測進行順序）、起終點號是否相符等項目，亦先以人工進行約略檢核，始利用程式進行轉檔作業。

對於重力觀測資料的檢查，除了檢核出人工輸入造成的測誤外，最重要的便是檢核原始觀測資料的品質；檢核品質的標準主要依照本按合約作業規範，其要點如下：

- (1) 前後 2 站施測時間間隔以不超過 2 小時為原則。
- (2) 往返測量應於 24 小時內完成。
- (3) 每測站 2 次重力讀數之最大較差不得大於 0.05 mgal 。
- (4) 儀器面板上 RMS Error 值，如其值大於 0.1 mgal ，應注意環境雜訊 (Noise) 是否過大導致觀測量差值亦過大。

當原始資料檢查完成後，方利用程式自動轉換成「correct.exe」(系統誤差改正程式) 所需相關觀測資料檔，其內容包括：

- (1) 測站經緯度坐標、高程、溫度、溼度及壓力等項目。
- (2) 測站讀數觀測時間、儀器原始觀測量、儀器高等項目。

經由 correct.exe 便可獲得改正後測線內各測站之測站站名、觀測時間 (儒略日)、原始觀測相對重力值及經系統誤差改正後之相對重力值，以之進行測線閉合差分析及後續平差計算。

在資料的檢查過程中，針對觀測數據部分，因為均採用儀器自動記錄的方式儲存，若依照本案規定施測，基本上不容易產生錯誤，但觀測資料內仍有部分資料需由人工輸入記錄的資料，常是需要進行修正的部分，經歸納後以下幾項通常是較容易產生的問題：

- (1) 測線起、終點號輸入錯誤：通常容易發生在不同等級的點位上。例如：起點點號 M094 記錄成點位標石號碼 M994。

- (2) 測站編碼輸入錯誤：本案於單一測站須紀錄 2 筆觀測數據，往返測觀測量便需紀錄 4 筆數據，且須依時間順序排列測段順序，因此常易發生於測站編碼往返測輸入錯誤，如返測編碼末兩碼應為 B1 及 B2，常紀錄為 A1 及 A2。
- (3) 單一測站施測時溼度、溫度、儀器高記錄錯誤：雖然施測時之溫度可由儀器自動讀取紀錄，但該筆資料為儀器感應器旁之溫度偵測，較野外實際測量時之溫度為高，因此仍需另行紀錄溫度，但儀器內可供紀錄環境資料的欄位僅有一欄，該欄便需同時記錄溼度、溫度、儀器高，如觀測人員記錄資料順序錯誤，則得出之環境改正資料便產生錯誤，如溼度-溫度-儀器高順序記為溫度-溼度-儀器高。
- (4) 儀器高輸入錯誤：如小數位數不足或負號忘記輸入等現象。

2. 資料格式轉換與測線表製作

當完成每日單一測線觀測資料後，需進行資料計算格式轉換。重力觀測資料之標準儲存格式，需每一測線儲存 2 個檔案：環境及觀測資料檔，每個檔案分為 2 部分，即檔頭、觀測資料，其詳細格式內容說明如下：

- (1) 環境資料檔（表 4-3）第一部分為檔頭，共儲存 11 個欄位資料，全為文字記錄。例如表中第 1 列所儲存的資料中依序為(a)測站名：以文數字表示。(b)~(d)為經度值：單位為度、分、秒。(e)~(g)為緯度值：單位為度、分、秒。(h)測站高程：單位為 m。(i)、(j)分別為溫度及溼度，單位均為度。(k)為大氣壓力資料，單位為毫巴。其餘各列為實際記錄資料。

表 4-3 重力觀測資料計算標準格式環境資料檔

ID	經度			緯度			高程 (M)	溫度	溼度	氣壓 (毫巴)
1136	120	23	19.3	23	25	06.7	45.68	36.00	50	991.07
SSUNA	120	22	40.0	23	24	50.9	44.26	37.00	46	991.19
1137	120	22	47.8	23	23	58.5	41.69	33.00	56	990.52
1137	120	22	47.8	23	23	58.5	41.69	33.00	56	990.53
SSUNA	120	22	40.0	23	24	50.9	44.26	31.00	59	991.70
1136	120	23	19.3	23	25	06.7	45.68	30.00	56	990.50

- (2) 觀測資料檔（表 4-4）第一部分為檔頭，共儲存 13 個欄位資料，全為文字記錄。例如表中第 1 列所儲存的資料中依序為(a)測站名：以文數字表示。(b)~(d)為日期：單位為西洋年、月、日。(e)~(g)為 utc 時間：單位為時、分、秒。(h)、(i)均為原始相對重力值：單位為 *mgal*。(j)為比較相對重力值，用於偵測儀器高錯誤之用，單位亦為 *mgal*。(k)為儀器高資料，單位為 *m*。(l)為固體潮改正量，單位為 *mgal*。(m)為儀器零點漂移改正量，單位為 *mgal*。其餘各列為實際記錄資料。

表 4-4 重力觀測資料計算標準格式觀測資料檔

ID	Date	Time	InstValue	RawGrav	ObsGrav	InstHeight	TideCorr	DirftCorr
1136	2017 04 19	05 04 21	2563.0626	2563.0626	2563.1207	0.188	0.0000	0
SSUNA	2017 04 19	05 32 21	2563.9091	2563.9091	2563.9403	0.101	0.0000	0
1137	2017 04 19	08 16 57	2562.3609	2562.3609	2562.4158	0.178	0.0000	0
1137	2017 04 19	08 28 04	2562.3443	2562.3443	2562.3992	0.178	0.0000	0
SSUNA	2017 04 19	08 47 19	2563.8452	2563.8452	2563.8761	0.100	0.0000	0
1136	2017 04 19	09 05 19	2563.0107	2563.0107	2563.0690	0.189	0.0000	0

若前述資料檢核無誤後，除輸出觀測資料的標準格式檔外，並製作測線表，其內容包括：地區、測線序號、測線名稱、觀測日期、測線中各測站站名、儀器序號、觀測人員、備註等相關資訊。

§4-4 重力測量系統誤差改正

§4-4-1 重力測量系統誤差的處理方式

重力測量的每一測段，都必須由人員攜帶儀器設備實地進行測量，因此在觀測作業中，因為人為的因素、觀測儀器的誤差及外在環境因素的干擾，導致觀測量隱含誤差量的存在。若依誤差之性質可以分為偶然誤差、系統誤差與粗差。其中，觀測量的粗差可藉由嚴密的測量步驟與完整的檢核方式發現，並由觀測量中加以剔除，因此剩餘的系統誤差的大小，將直接影響水準測量成果之良窳。重力控制網為國家基本控制網，其重力值不隨時間而變。然而，地球上任何一點之重力值會隨時間而變化；而引起變化的環境因素有日、月之潮位引力（tidal attraction），海潮引力（attraction of ocean tide），氣壓改變，地球之極移（polar motion），地下水位變化，土壤濕度改變等。

對於上述的種種影響重力值的系統誤差，我們利用下列不同的方式來加以處理，目的均是使系統誤差對觀測量的影響降至最小，以求得不隨時間而變重力值成果。並以下列兩種方式個別處理，其中利用系統誤差改正模式進行修正將於後續小節進行說明。

- (1) 利用系統誤差改正模式進行修正：如日、月之潮位引力（tidal attraction），海潮引力（attraction of ocean tide），氣壓改變，地球之極移（polar motion）等。
- (2) 忽略微小系統誤差之影響：利用系統誤差改正模式其實並無法完全消除系統誤差的存在，僅是將其誤差的影響量消弭至最小，而重力測量中有許多的系統誤差存在，當我們確定其量值對成果之影響微乎其微，甚至遠低於觀測之精度時，若大費周章地處理這類系統誤差，不僅耗費大量成本，實際上更可能無法完善最終的成果精度，因此實際作業上將忽略這類誤差的影響，將其視為偶然誤差。如地下水位變化、土壤濕度改變等變化值甚小（ $1 \mu gal$ 以下），而且為一長週期之變化（週期數 10 年），對相對重力觀測影響不大。

為求得一不隨時間而變化之重力值，須定義一「正常」之地球狀態，此狀態為無日、月之潮位引力、無海潮（即海水面為平均海水面）、氣壓為標準大氣壓、無極移、地下水位為一長時間平均位及土壤濕度值為一長時間平均值。本案作業所考慮環境引起之重力變化僅為前述日、月之潮位引力（tidal attraction），海潮引力（attraction of ocean tide），氣壓改變，地球之極移（polar motion）等 4 項，其所涉及之模式可於 Torge（1989），Vanicek and Krakiwsky（1986），Moritz and Mueller（1987），Melchoir（1983）之文獻中得知。

§4-4-2 重力測量系統誤差公式

1. 日月潮位引力產生之重力變化

日月潮位引力對地表一點產生兩種重力變化：(1)由引力產生之重力變化；(2)由地球變形而產生之重力變化。

(1) 因直接引力造成之重力變化為：

$$g_t^1 = -\frac{\partial(W_m + W_s)}{\partial r} = -\frac{GM_m r}{R_m^3} (3\cos^2 \psi_m - 1) - \frac{3}{2} \frac{GM_m r^2}{R_m^4} (5\cos^2 \psi_m - 3\cos \psi_m) - \frac{GM_s r}{R_s^3} (3\cos^2 \psi_s - 1) \quad (4-1)$$

其中 GM_m ：牛頓萬有引力常數乘月球質量 ($4902.778km^3s^{-2}$)

GM_s ：牛頓萬有引力常數乘太陽質量 ($1.327124399 \times 10^{11}km^3s^{-2}$)

r ：該點與地心之距

R_m ：地心與月球中心之距

R_s ：地心與太陽中心之距

ψ_m ：該點與月球在地心之夾角

ψ_s ：該點與太陽在地心之夾角

(2) 按 Moritz and Mueller (1987)，此引力造成地表變形而再次引起重力變化，其大小為：

$$g_t^2 = (h - \frac{3}{2}k)g_t^1 \quad (4-2)$$

其中 h 、 k 為 Love number。因 $h = 0.6$ ， $k = 0.3$ ，故總重力變化為：

$$g_t = g_t^1 + g_t^2 = (1 + h - \frac{3}{2}h)g_t^1 = 1.15g_t^1 \quad (4-3)$$

採用 (4-3) 式之 g_t 值。所需之日、月坐標及 ψ_m ， ψ_s 均由 JPL 之 DE200 星曆嚴密計算而得，較之一般之簡易公式，如 Dehlinger (1978) 較為準確，本案使用程式適用時間為 1990-2020 年， g_t 之最大值約為 0.3 mgal。

2. 海潮質量引起之重力變化

如圖 4-7 中，p 為地表一點，q 為海面一點，潮高為 h，則因海潮之起伏引起地球質量重新分佈（相對於一平均海水面），而產生之位（potential）為：

$$T = G\rho_w \int_{\phi=-\pi/2}^{\pi/2} \int_{\lambda=0}^{2\pi} \frac{hr^2}{s} d\sigma = G\rho_w \int_{\phi} \int_{\lambda} \frac{hr^2}{\sqrt{r_q^2 + r_p^2 - 2r_p r_q \cos\psi}} d\sigma \quad (4.4)$$

其中 ρ_w 為海水之密度（約 $1.03 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ）， $d\sigma = \cos\phi d\phi d\lambda$ 。

令 $r_q = r$ ， $r_p = r_q + h_p = r + h_p$ ，則海潮產生之重力變化為：

$$g_o(\phi_p, \lambda_p) = -\frac{\partial T}{\partial r_p} = GP_w \int_{\phi} \int_{\lambda} \frac{h(\beta - u)}{(1 + \beta^2 - 2\beta u)^{3/2}} d\sigma \quad (4.5)$$

其中

$$\beta = \frac{r + h_p}{r}$$

$$u = \cos\psi = \sin\phi \sin\phi_p + \cos\phi \cos\phi_p \cos(\lambda - \lambda_p)$$

式 (4-5) 之全球積分可以數值方法算得，潮高 h 可由一全球海潮模式算得。此項改正以 Gauss quadrature 方法 (Press et al., 1993) 計算 (4-5) 式之積分。潮高則來自 NA099b 海潮模式 (Matsumoto et al., 2000)，計算時分內圈及外圈效應。內圈涵蓋以重力站為中心經、緯度之範圍，且於網格上計算潮高而積分，外圈涵蓋全球（此時內圈之潮均設為零），且於網格上計算潮高而積分。一般而言，潮高愈大則 (4-5) 式之愈大，而離海岸愈遠則愈小。

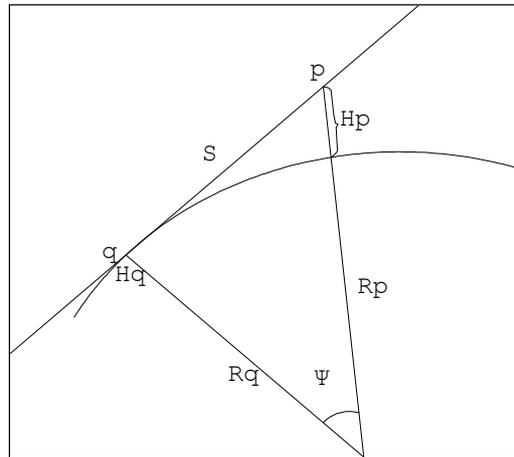


圖 4-7 潮高與 p 點所受之引力（q 點為海面上任一點）

3. 極移改正

地球自轉引起離心位 (centrifugal potential) 可表為：

$$W_c = \frac{1}{2} \omega_e^2 r^2 \cos^2 \phi \quad (4-6)$$

其中 ω_e ：地球自轉速度 ($7.291215147 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$)

r ：點位離地心距

ϕ ：緯度

極移將使緯度產生變化而引起 ω_e 之變化，即

$$\delta W_c = W_p = \frac{\partial \omega_e}{\partial \phi} \delta \phi = -\frac{1}{2} r^2 \omega_e^2 \sin 2\phi \delta \phi = -\frac{1}{2} r^2 \omega_e^2 \sin 2\phi (x_p \cos \lambda - y_p \sin \lambda) \quad (4-7)$$

其中 x_p ， y_p 為極移之分量，其符號定義見 Moritz and Mueller (1987)。而極移引起之重力變化：

$$g_m = -\frac{\partial W_p}{\partial r} = r \omega_e^2 \sin 2\phi (x_p \cos \lambda - y_p \sin \lambda) \quad (4-8)$$

x_p ， y_p 自 IERS (國際地球自轉服務) 取得而計算 g_m ， g_m 之數量級為數 μgal ，且變化緩慢。

4. 大氣壓力改正

此變化量為 (Torge, 1989)：

$$g_p = -3(P - P_n) \times 10^{-4} \text{ mgal} \quad (4-9)$$

其中 P ：觀測時之壓力 (hP_a ，百帕)

P_n ：標準壓力

而標準壓力與海拔有關，其公式為：

$$P_n = 1013.25 \left(1 - \frac{0.0065H}{288.15} \right)^{5.2559} \quad (\text{百帕}) \quad (4-10)$$

其中 H 為重力點之海拔高 (單位: m)。若觀測兩站時壓力差為 $10 hP_a$ ，則此兩站相對重力值由壓力引起之誤差為 $3 \mu gal$ 。

5. 儀器高改正

經過以上各項改正後得到的重力值是落體質量頂部位置的重力值，一般需將該重力值轉換到地面重力標誌上，計算公式為：

$$\delta_g = V_g H \quad (4-11)$$

其中， V_h 為測點重力垂直梯度，一般之自由空間梯度值約為 $0.3086 mgal/m$ ，亦可實際測得加以運用； H 為儀器高度。

6. 漂移改正

實際施行重力測量時，影響重力觀測量之因素除環境改正因素外，尚有重力儀本身彈簧之零點漂移影響重力觀測值，此種重力儀引起之系統誤差必須以適當數學函數模式化，而模式中所需的參數則於重力平差計算時求解。本案所使用之重力儀系統誤差—重力儀漂移 (drift) 以讀數 z 和時間 t 之間的關係作泰勒函數展開 (Taylor series expansion) 來模擬重力儀漂移，其公式如下：

$$z(t) = z(t_0) + \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \right) (t - t_0)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 z}{\partial t^3} \right) (t - t_0)^3 + \dots \quad (4-12)$$

其中 t_0 為各個量測時段的參考時間。

上 (4-12) 式可轉換成漂移多項式：

$$\begin{aligned} z(t) &= z(t_0) + d_1(t - t_0) + d_2(t - t_0)^2 + d_3(t - t_0)^3 + \Lambda \\ &= z(t_0) + \sum_{p=1}^s d_p (t - t_0)^p = z(t_0) + D(t) \end{aligned} \quad (4-13)$$

其中 $z(t_0)$ 表示參考時刻 t_0 時的近似儀器零點漂移。

一原始重力觀測值(為儀器讀數),經過初步的率定、化算和率定函數與儀器漂移改正及重力變化改正後,可組成觀測方程式:

$$l+v = g + N_0 + \Delta F(z) + D(t) \quad (4-14)$$

其中 v 為 l (約化後重力觀測值)之改正數, N_0 為未知基準。按(4-14)式則 i, j 兩站的約化後的重力觀測組成方程式為:

$$\Delta l_{i,j} + v_{i,j} = g_j - g_i + (\Delta F(z_j) - \Delta F(z_i)) + (D(t_j) - D(t_i)) \quad (4-15)$$

其中 v_{ij} 為 Δl_{ij} 之殘差,(4-15)式中未知基準 N_0 及 $Z(t_0)$ 因相減而消除, t_i 、 t_j 為觀測時間。

若有 n 個觀測量,則可以矩陣表示為:

$$L^b + V = AX, \quad L^b \text{ 之權矩陣} = P = \sigma_0^2 \Sigma^{-1} \quad (4-16)$$

其中 L^b :相對重力觀測量,矩陣大小為 $n \times 1$

V :觀測量之殘差,矩陣大小為 $n \times 1$

A :係數矩陣

X :未知數,矩陣大小為 $u \times 1$, u 為未知數個數。未知數包括重力值 g_i 、儀器參數 b_l, x_l, y_l 及漂移率 d_p

令 $V^T P V = \text{最小}$,則得法方程式(Koch, 1987):

$$(A^T P A) X = A^T P L \quad (4-17)$$

§4-5 重力網平差計算

§4-5-1 重力網平差計算公式

本案擬使用重力網平差計算軟體為由國立交通大學土木系所開發之 gravnet 計算程式，其平差計算與原理如以下各節所敘：

1. 最小二乘平差計算

在進行平差作業計算時，將原始重力觀測值（為儀器讀數），經過初步的率定、化算和率定函數與儀器零點漂移改正及重力變化改正後，組成之觀測方程式如下：

$$l + v = g + N_0 + \Delta F(z) + D(t) \quad (4-17)$$

其中 v 為 l （約化後重力觀測值）之改正數， N_0 為未知基準。按 (4-17) 式則 i, j 兩站的約化後的重力觀測組成方程式為：

$$\Delta l_{i,j} + v_{i,j} = g_j - g_i + (\Delta F(z_i)) + (D(t_j) - D(t_i)) \quad (4-18)$$

其中 v_{ij} 為 Δl_{ij} 之殘差，(4-18) 式中未知基準 N_0 及 $Z(t_0)$ 因相減而消除， t_i 、 t_j 為觀測時間。

若有 n 個觀測量，則可以矩陣表示為：

$$L^b + V = AX, \quad L^b \text{之權矩陣} = P = \sigma_0^2 \Sigma^{-1} \quad (4-19)$$

其中 L^b ：相對重力觀測量，矩陣大小為 $n \times 1$

V ：觀測量之殘差，矩陣大小為 $n \times 1$

A ：係數矩陣

X ：未知數，矩陣大小為 $u \times 1$ ， u 為未知數個數。未知數包括重力值 g_i 、儀器參數 b_i, x_i, y_i 及漂移率 d_p 。

令 $V^T P V = \text{最小}$ ，則得法方程式 (Koch, 1987)：

$$(A^T P A) X = A^T P L \quad (4-20)$$

2. 自由網平差

以 (4-19) 式所建構之觀測方程式，若無加約制條件，排除圖形缺失，則系統之秩虧度 (rank defect) 為 1，說明如下：假設重力點數為 k 個則重力儀之參數為 $(u-k)$ 個，重力觀測方程式之係數矩陣 A 之每一列之前 k 個元素由 0、-1、1 組成 (其中 -1、1 只出現一次)，因此：

$$Ay = 0 \quad (4-21)$$

$$y^T = c \begin{bmatrix} 1 & \underbrace{1 \ 2 \ \dots \ 1}_k & 0 & \underbrace{0 \ 2 \ \dots \ 1}_{u-k} \end{bmatrix} \quad (4-22)$$

其中 c 為任一非零之常數，因此 A 之 Null Space 有一非零元素，即表示 A 之秩虧度為 1，若不採加權約制平差而欲使法方程式 (4-20) 有唯一解，可令 \hat{X} 的解必須滿足下列基準條件 (Koch, 1987)：

$$S^T \hat{X} = 0 \quad (4-23)$$

且

$$AS = 0 \quad (4-24)$$

因此 (4-21) 式中之 y 矩陣恰可為 (4-22) 之 S 向量。為方便，可令 $c=1$ ，則：

$$S^T = [1 \quad 1A \quad 100A \quad 0] \quad (4-25)$$

滿足 (4-20) 及 (4-22) 之解為最小範數解 (minimum norm solution) 或自由網解 (datum-free solution，因不需固定任何點位)：

$$\hat{X}^+ = (A^T P A + S S^T)^{-1} A^T P L^b = (N + S S^T)^{-1} U \quad (4-26)$$

經誤差傳播得 \hat{X}^+ 後驗協變方矩陣為：

$$\hat{\Sigma}_{\hat{X}^+} = \hat{\sigma}_0^2 (N + S S^T)^{-1} N (N + S S^T)^{-1} = \hat{\sigma}_0^2 N^+ \quad (4-27)$$

而後驗單位權變方為：

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{n+1-u} \quad (4-28)$$

由上述解出之 \hat{X}^+ ，因滿足 (4-22) 式，故：

$$\sum_{i=1}^k \hat{g}_i = 0 \quad (4-29)$$

其中 \hat{g}_i 為第 i 站之重力估值 (含於向量 \hat{X}^+ 中)。(4-26) 式可解釋為所有點的重力值之平均為零。因此，由自由基準解得之 \hat{g}_i 值非真正之重力，然而，自由基準之改正數 V 為唯一解且有意義 (Koch, 1987)。令：

$$\hat{X}^+ = \begin{bmatrix} \hat{X}_g \\ \hat{X}_l \end{bmatrix} \quad A = [A_{11} \ A_{12}] \quad (4-30)$$

其中 \hat{X}_g 含重力值， \hat{X}_l 含儀器參數，則兩站間改正後之相對重力 ΔG 為唯一，且可表為：

$$\Delta G = A_{11} \hat{X}_g = V + L - A_{12} \hat{X}_l \quad (4-31)$$

故可由平差後兩者間之相對重力值，以一個固定重力值推求重力網中所有點之重力值。

3. 加權約制平差

另一克服重力網平差系統奇異之方法為加入未知數之觀測方程式 (或稱加權約制方程式)，做為約制條件，即利用已知重力點之重力值及其先驗標準偏差進行加權約制平差，其未知數 (重力) 觀測方程式為：

$$V_X + L_X = A_X X, \quad L_X \text{ 權矩陣} = P_X \quad (4-32)$$

以 L 和 L_X 組成之觀測方程式為：

$$\bar{V} = \begin{bmatrix} V \\ V_X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ A_X \end{bmatrix} \hat{X}^a - \begin{bmatrix} L \\ L_X \end{bmatrix} = \bar{A}X - \bar{L} \quad \text{權矩陣} = \bar{P} = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & P_X \end{bmatrix} \quad (4-33)$$

令 $\bar{V}^T P \bar{V} = \text{最小值}$ ，則利用最小二乘法解出未知參數之估值 \hat{X}^a 為：

$$\hat{X}^a = (A^T P A + A_X^T P_X A_X)^{-1} (A^T P L + A_X^T P_X L_X) \quad (4-34)$$

觀測量之改正數的加權平方和為：

$$\bar{V}^T P \bar{V} = V^T P V + V_X^T P_X V_X \quad (3-35)$$

後驗單位權變方為：

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\bar{V}^T P \bar{V}}{n - u + r} \quad (3-36)$$

其中 n 為相對重力觀測之數目； u 為未知參數的個數； r 為約制點之數目（即(4-32)式中之方程式個數）

令 $A_X^T P_X A_X = \bar{P}_X$ ，則 (4-34) 式可改寫為

$$\hat{X}^a = (A^T P A + \bar{P}_X)^{-1} (A^T P L + A_X^T P_X L_X) \quad (4-37)$$

經誤差傳播得未知參數 \hat{X}^a 之變方-協變方矩陣（variance-covariance matrix）為：

$$\Sigma_{\hat{X}^a} = \hat{\sigma}_0^2 (A^T P A + \bar{P}_X)^{-1} \quad (4-38)$$

在加權約制平差的過程中，約制用控制點之設計矩陣 A_X 為一特殊類型矩陣，其行數（columns）和列數（rows）皆等於未知參數個數（令為 u ），除了相對於約制用控制點之未知參數的對角線元素值為+1外，其餘元素都為零的 $u \times u$ 矩陣。而 P_X 為約制用已知點之權值所組成的對角線矩陣，其維數為 $u \times u$ ，所以 \bar{P}_X 與 $A^T P A$ 皆為 $u \times u$ 矩陣。而 \bar{P}_X 為一個除了相對於約制用控制點未知參數的對角線上元素值為控制點權值外，其餘元素都為零的 $u \times u$ 對角線矩陣。例如，若僅以第 2，3 點為約制點，且其先驗權值分別為 P_2 和 P_3 ，則

$$\bar{P}_X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & P_2 & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & 0 & P_3 & \Lambda & 0 \\ M & M & M & O & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda & 0 \end{bmatrix} \quad (4-39)$$

由上式得知，約制點的權值可直接加入由相對重力觀測所組成之法方程矩陣($A^T P A$)相對於約制用控制點之未知參數的對角線元素。當約制點之權值為無限大時，平差後之值會與平差前所給予的控制點值相同，且相應之殘差為零，即固定該點。當約制點之權介於 0 與 ∞ 之間時，先驗值變動之大小與權成反比。再者，若無圖形缺失則本平差系統只需約制一點即可。僅約制一點而平差時，稱之為最小約制平差 (minimum constraint adjustment)。

4. 平差之粗差偵錯分析

當粗差存在於資料中時，是無法以平差的方式來改正，此時所得之平差結果必會不正確。再者，若所使用的數學模式及隨機模式不正確亦會得到錯誤的平差結果。根據下列之條件式 (Koch, 1987)，若成立則表示所用之模式是正確且完整的 (Koch, 1987)。

$$\chi^2 = \frac{m \hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} < \chi_c^2(1-\alpha; m) \quad (4-40)$$

其中 σ_0^2 、 $\hat{\sigma}_0^2$ 分別為先驗、後驗單位權變方， m 為平差之自由度， $\chi_c^2(1-\alpha; m)$ 為當信心水平為 $(1-\alpha)$ ，自由度為 m 時之 χ^2 分布之臨界值。反之，若 (4-40) 式不成立即表示：

- (1) 有粗差存在於資料中：檢核所有觀測資料並藉由粗差偵錯之測試進行資料之偵錯及剔除。
- (2) 隨機模式不適當。
- (3) 數學模式不適當：須針對所使用之模式加以分析並重新修正。
- (4) 所用之權值不正確：檢核是否有差一個尺度之關係。
- (5) 先驗權值 σ_0^2 估計不當。

粗差偵側有很多個方法，如 Baarda's data snooping 方法 (Baarda, 1968)、Pope's τ -test 方法 (Pope, 1976) 等，根據 Caspary (1988) 實驗結果顯示，上述兩種方法對於偵錯的能力都很好，在本次作業偵錯方式乃採用 Pope's τ -test 方法，使用此法時需計算殘差之協變方矩陣，由於解算時牽涉到法方程式，因此兩平差法之計算公式有所不同，故分別說明之。

(1) 自由網：

首先將 (4-19) 式表示為：

$$V^+ = [A(N + SS^T)^{-1} A^T P - I] L^b = KL^b \quad (4-41)$$

經誤差傳播及 $AS = NS = 0$ 性質即可得殘差之協變方矩陣：

$$\Sigma_{V^+} = \hat{\sigma}_0^2 K P^{-1} K^T = \hat{\sigma}_0^2 (P^{-1} - AN^+ A^T) = \hat{\sigma}_0^2 [P^{-1} - A(N + SS^T)^{-1} A^T] \quad (4-42)$$

(2) 加權約制：

首先將 (4-22) 式表示為：

$$V = \begin{bmatrix} A \\ A_X \end{bmatrix} [\bar{N}^{-1} (A^T P \quad A_X P_X) - I] \begin{bmatrix} L \\ L_X \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} L \\ L_X \end{bmatrix} \quad (4-43)$$

令 $\bar{N} = A^T P A + A_X^T P_X A_X$ ， $z = [V \quad V_X]^T$ 經誤差傳播即可得殘差之協變方矩陣：

$$\Sigma_z = \hat{\sigma}_0^2 G \begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & P_X^{-1} \end{bmatrix} G^T = \hat{\sigma}_0^2 \begin{bmatrix} P^{-1} - A\bar{N}^{-1}A^T & -A\bar{N}^{-1}A_X^T \\ -A_X\bar{N}^{-1}A^T & P_X^{-1} - A_X\bar{N}^{-1}A_X^T \end{bmatrix} \quad (4-44)$$

令 v_i 為第 i 個觀測量之殘差，由 Σ_{V^+} 或 Σ_z 之對角元素開方即可求得 v_i 之標準差 σ_{v_i} 。
若

$$\frac{|v_i|}{\sigma_{v_i}} > \tau_c \left(1 - \frac{\alpha}{n}; 1, m\right) \quad (4-45)$$

則第 i 個觀測量即為粗差。(4-45) 式中 n 為觀測量之數目， α 及 m 如同 (3-56) 式定義， τ_c 為當信心水平為 $(1 - \alpha/n)$ ，平差之自由度為 1 及 m 時之臨界值 (Pope, 1976)。平差時若以加權約制解算，則 (4-45) 式可測試其約制之值是否合理。若 (4-45) 式成立則該觀測量應於資料中剔除再做計算。當殘差之協變方矩陣不易計算時，可採用下列近似公式：

$$\sigma_{v_i} \approx \sqrt{\frac{n-u}{n}} \times \frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{P_i}} \quad (4-46)$$

但其先決條件是觀測量之間彼此為不相關， P_i 為第 i 個觀測量之權值。

§4-5-2 重力網平差計算成果

依據前述公式可計算各基準站副點重力值，並利用表 4-2 各站的重力梯度值，計算各衛星基準站的重力成果如表 4-5。

表 4-5 重力測量成果表

序號	點號	引用之已知重力點號		衛星基準站重力值 (<i>mgal</i>)	副點點號	副點重力值(<i>mgal</i>)
1	C002	3161	3162	978651.693	C002A	978656.141
2	DANL	9234	9235	978786.518	DANLA	978787.016
3	DASU	L102	L103	978754.329	DASUBM	978757.384
4	XIAN	J027	X208	978743.779	XIANBM	978747.399
5	KUAN	9164	9165	978812.750	KUANBM	978818.065
6	LGUE	R005	R006	978740.196	LGUEBM	978746.813
7	LIAN	J105	J106	978774.260	LIANBM	978779.920
8	LONT	9173	9174	978819.895	LONTA	978820.239
9	LOYE	H028	H029	978586.208	LOYEBM	978589.541
10	SANW	G120	X213	978759.968	SANWBM	978761.499
11	SCES	G067	G068	978832.180	SCESBM	978834.625
12	SSUN	1136	1137	978829.478	SSUNA	978830.086
13	MESN	J051	J052	978608.652	MESNA	978609.170
14	TATA	X121	H049	978277.589	TATAA	978278.241
15	WANS	L052	L053	978623.868	WANSA	978624.513
16	WDAN	R035	R036	978754.571	WDANA	978755.121
17	YSAN	G077	G078	978825.823	YSANA	978826.409

第五章 水準測量

§5-1 水準外業測量方法與步驟

§5-1-1 水準外業測量流程

完成相關水準測量的規劃準備工作後，依照規劃的時程調派人員進行外業測量工作，參照「一等水準測量作業規範」，對於使用電子式水準儀而言，人員需求項目中之記錄員，因採自動記錄及夜間觀測方式，因此可省略 1 人員配置，因此實際上每 1 組均分配 4 名作業人員；在進行水準外業測量前，除整置各項預定使用的裝備器材外，並需依照規劃測線勘查今日預定作業測段，包括起、終點位，測量路徑等，並於施測路徑上預先標示施測時水準儀與水準尺將要擺設的概略位置。依實際外業測量之作業過程，規劃水準外業測量作業流程如圖 5-1，詳細作業內容分述如后。

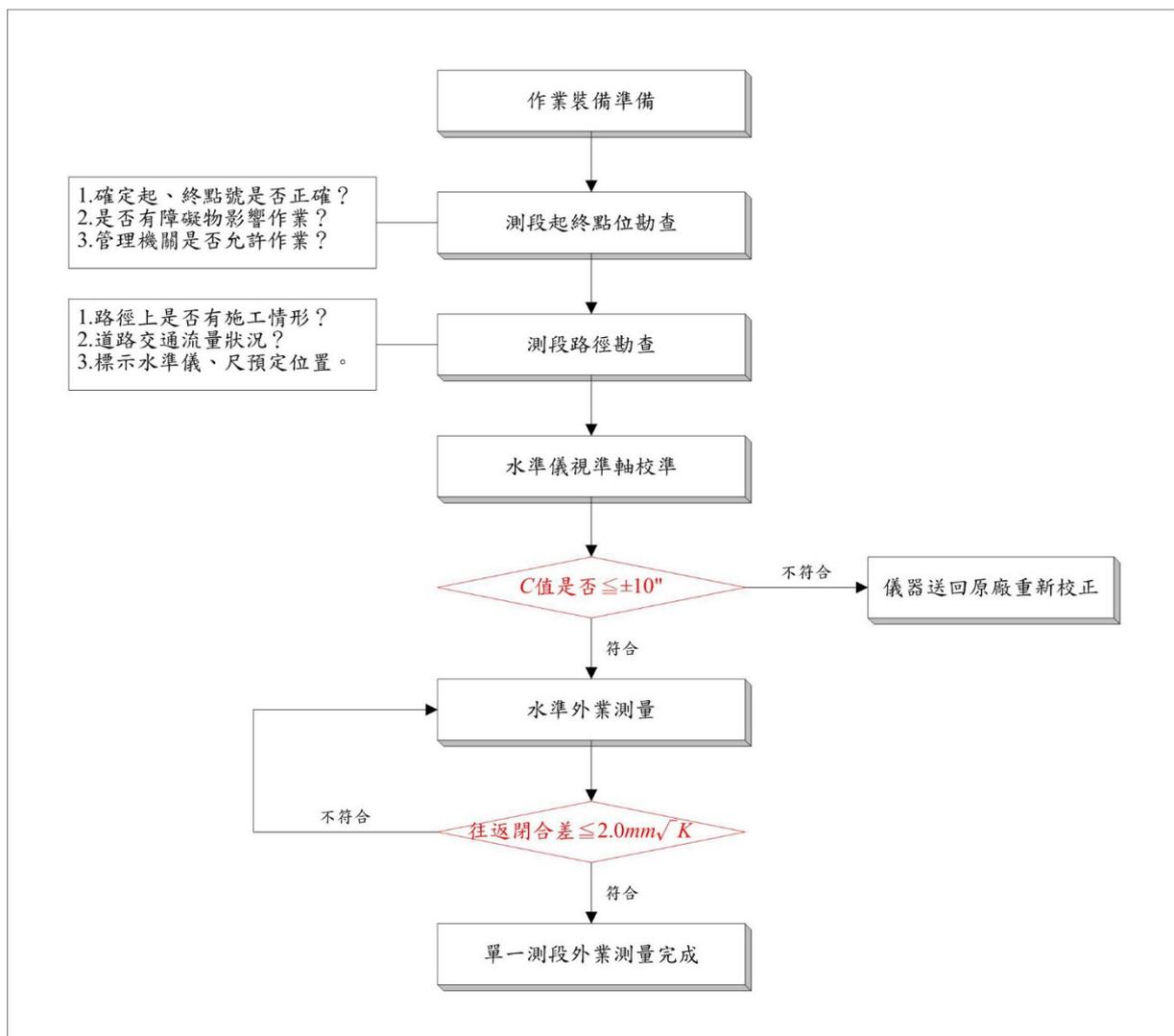


圖 5-1 水準外業測量作業流程圖

§5-1-2 水準儀視準軸校準

在實際進行水準外業測量前，為確保水準儀本身之誤差值合於規範值內，並記錄當日水準儀的視準軸誤差值，做為系統誤差改正之依據，須於每日進行視準軸校準程序。進行水準儀視準軸校準時，其水準儀與水準尺之擺設位置如圖 5-2，校準過程說明如下。

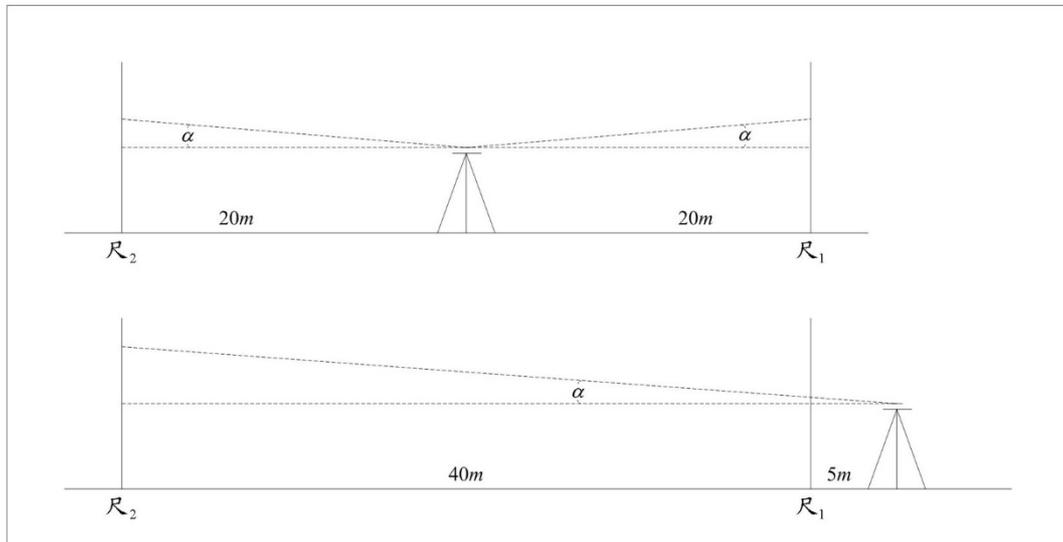


圖 5-2 水準儀視準軸校準水準儀與水準尺之擺設位置圖

依照圖 5-2 架設水準儀及擺放水準尺，並依照下列方法進行水準儀視準軸校正：

1. 校正方法與步驟：

- (1) 於一平坦地精確的量取一段長 40m 之線段，兩端分置水準尺，水準儀須精確的整置於線段中央處（20m 處）。
- (2) 將水準儀及水準尺整平後，以尺₁為後視，尺₂為前視，依序讀取後視讀數、後視距離，前視讀數、前視距離，前視讀數、後視讀數；前後視距離讀數差不得超過 0.4m，計算高程差 Δh_1 。
- (3) 將儀器移動至尺₁後方 5m 處，仍以尺₁為後視，尺₂為前視，讀取後視讀數、後視距離，前視讀數、前視距離，前視讀數、後視讀數。
- (4) 計算高程差 Δh_2 、前後視距離差 Δs_2 ，經查「一等水準測量作業規範」（內政部，2014）之折射與曲率誤差修正表（表 3-1），因此 $e_5 = 0$ 及 $e_{45} = 0.1$ 。
- (5) 利用公式(5-1)計算視準軸誤差值 (C)，檢驗 C 值是否超過 10.0" (即 0.05 mm/m) 之容許值。

$$C = [\Delta h_1 - \Delta h_2 + (e_{45} - e_5)] / (\Delta s_2) \quad (5-1)$$

- (6) 如果 C 值超過容許值，則必須將水準儀送交儀器廠商進行視準軸校正，才能繼續進行外業觀測。

表 5-1 折射與曲率誤差修正表（單向視線）

視距範圍， $s(m)$	折射與曲率誤差值， $c(mm)$
0~28	0.0
28~48	0.1
48~61	0.2
61~73	0.3
73~82	0.4
82~91	0.5
91~99	0.6

2. 校正注意事項：

- (1) 視準軸之校準應選擇坡度不超過 2% 之平坦地，並於外業測量作業前施行之。
- (2) 水準儀及水準尺從箱中取出至操作場所後，應先放置 5 分鐘以適應當地環境；若儀器與環境溫差太大，則須停留（溫差 $\times 2$ ）之分鐘數，以求環境與儀器溫度達至平衡。
- (3) 確定水準儀及水準尺的圓盒氣泡已事先校正完畢。
- (4) 由於採用電子式水準儀且僅單一測站，因此折射與曲率誤差改正可忽略不計。
- (5) 電子精密水準儀要先消除內部視準軸校正的功能。
- (6) 校正時應記錄日期、儀器編號、水準尺編號、時間及時間段、量測起始之溫度、風速及日照、操作及記錄人員。

依照前述校正方法進行水準儀視準軸校準作業，本案使用的水準儀經每日檢核，其檢驗 C 值均能符合 $10.0''$ (0.05 mm/m) 的要求。



圖 5-3 水準儀視準軸校準情形

§5-1-3 水準外業測量

1. 水準測量觀測作業步驟

- (1) 記錄一等水準點測量紀錄表；包括測量日期及時間、水準測量編組成員姓名、測線編號、測段編號、測站數、儀器及設備之型號及序號、視準軸修正值、天氣狀況、雲量與風力、起點及終點之點名及點號、起點及終點之標石種類及號碼等資料。
- (2) 豎立水準尺：將甲尺置於起點上，經由另一名引導員以水線實際量取前後視約相等距離後，引導乙尺置於尺墊上，調整水準尺上的氣泡，使其居中。
- (3) 將水準儀置於二根水準尺的中間（由引導員事先以噴漆於地上註記），調整儀器使氣泡居中後，於觀測前先透過無線電將甲、乙兩尺 0.5 m 及 2.5 m 位置之溫度分別記錄於儀器內；再觀測甲尺的讀數，每一次讀數設定讀取條碼式鈷鋼尺至少 3 次，其讀數標準差（ σ ）不得大於 0.2 mm，記錄讀數。
- (4) 將水準儀轉向乙尺，不可轉動踵定螺旋，若氣泡偏離容許範圍，則儀器須重做檢定。若在容許範圍內，對準乙尺讀取讀數。並記錄讀數（相同程序與標準）。
- (5) 重新對乙尺讀數記錄之。對準甲尺讀數記錄之。比較甲乙兩尺二次讀數差的差值，是否在誤差範圍之內（不得大於 0.4 mm）。由於使用的儀器具有多種條件設定功能，假如二次讀數差的差值超出誤差範圍之外，儀器會於操作面板上顯示警告訊息。
- (6) 若(3)至(5)之差值不符合標準，應重新架設水準儀，重新依次輸入溫度及讀取讀數。直到符合誤差範圍之內為止。
- (7) 所有觀測量要記錄在適當位置，後視觀測記錄在後視的位置，前視則記錄在前視的位置，與甲、乙尺或觀測順序無關，以資辨識。
- (8) 記錄者下指令引導後視尺及儀器往進行方向移動，前視尺則轉動尺面，並確保尺墊位置不動，此時，前視尺變成後視尺，重覆(2)至(5)之步驟，直至甲尺再置於終點的水準點上。
- (9) 於接近終點時，調整前後視距離，使每一測段的測站數為偶數，即保證同一支尺（甲尺）放在起點與終點的點位上，如此可避免水準尺零點不在尺底部的誤差。
- (10) 施測時應於標尺的底部加設尺環，以使尺的支撐點置於標尺底部的中央，減少誤差。但當標尺置於水準點上時，務必要移除尺環，避免造成錯誤。

2. 觀測中應遵守之事項

- (1) 同一測段之往返觀測，應由同一觀測者使用同一類型之儀器及設備，沿同一道路進行。
- (2) 施測外業應儘量於夜間進行。若於日間施測則同一測段之往測與返測應分別在上午及下午進行，另應配備較長遮陽罩，以減少雜散光之影響。
- (3) 水準觀測應在標尺分劃線成像清晰穩定時進行，下列情況不得進行觀測：(a)日

出及日落前後 30 分鐘內。(b)太陽中天前後各約 2 小時內，惟於陰天或氣溫低於 25°C 以下時，不受此限。(c)標尺分割線之影像跳動而難以照準時。(d)一測段(二相鄰水準點間)中，每一往(或返)測任意兩測站氣溫差達 10°C 以上時。(e)風力大於風力區分 5 級(含)以上而使水準尺與水準儀不能穩定時。

- (4) 觀測前 10 分鐘，應將水準儀、水準尺及溫度計從保護箱取出，置於露天陰影下，使儀器與外界氣溫趨於一致，若保護箱內之溫度與外界氣溫差異 5°C 以上，則需提早 20 分鐘。
- (5) 施測時，扶尺員應隨時注意並確保水準尺與尺墊之垂直性及穩定性，如有必要，應增加監視水準尺傾斜之警示功能。
- (6) 在連續各測站上安置水準儀之三角架時，應使其中兩腳與水準路線之方向平行，而第三腳輪換置於路線進行方向之左側與右側。
- (7) 往測與返測之二水準尺須互換其位置，即往測終點所豎之水準尺為甲尺，則返測起點所豎之水準尺為乙尺。第二測段起點所豎之水準尺應與第一測段終點之水準尺相同。
- (8) 除路線轉彎處，每一測站儀器與二水準尺之三個位置，應盡量成一直線。
- (9) 施測時，由水準儀測得之所有讀數不得小於 30cm ，不得大於 270cm 。
- (10) 每一測段之往測與返測，其測站數均應為偶數。由往測轉向返測時，應重新整置儀器。
- (11) 當觀測水準點時，須仔細查對該點之位置、編號及名稱是否相符。

本案實際外業水準測量作業自 106 年 7 月 3 日至 106 年 7 月 23 日止，合計共 21 個工作天，實際外業測量情形如圖 5-4。

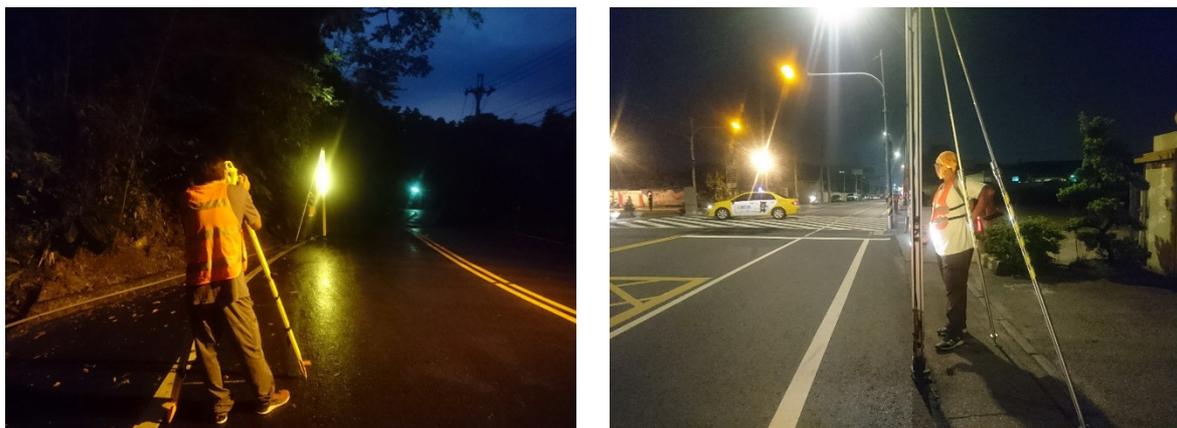


圖 5-4 水準外業測量工作相片

§5-2 水準測量資料計算與分析

§5-2-1 水準測量資料處理流程

於水準外業測量完成後，必須對觀測資料加以整理、檢查，以確定資料是否合乎規範要求，因此必須設計一套處理的流程，依照「一等水準測量作業規範」內容對資料進行檢核，以確保施測成果品質完善，並且製作各項成果圖表，及後續水準網平差計算與相關成果分析；圖 5-5 顯示本案水準資料處理的流程，後續將利用程式自動化處理各階段的工作，詳細內容如后說明。

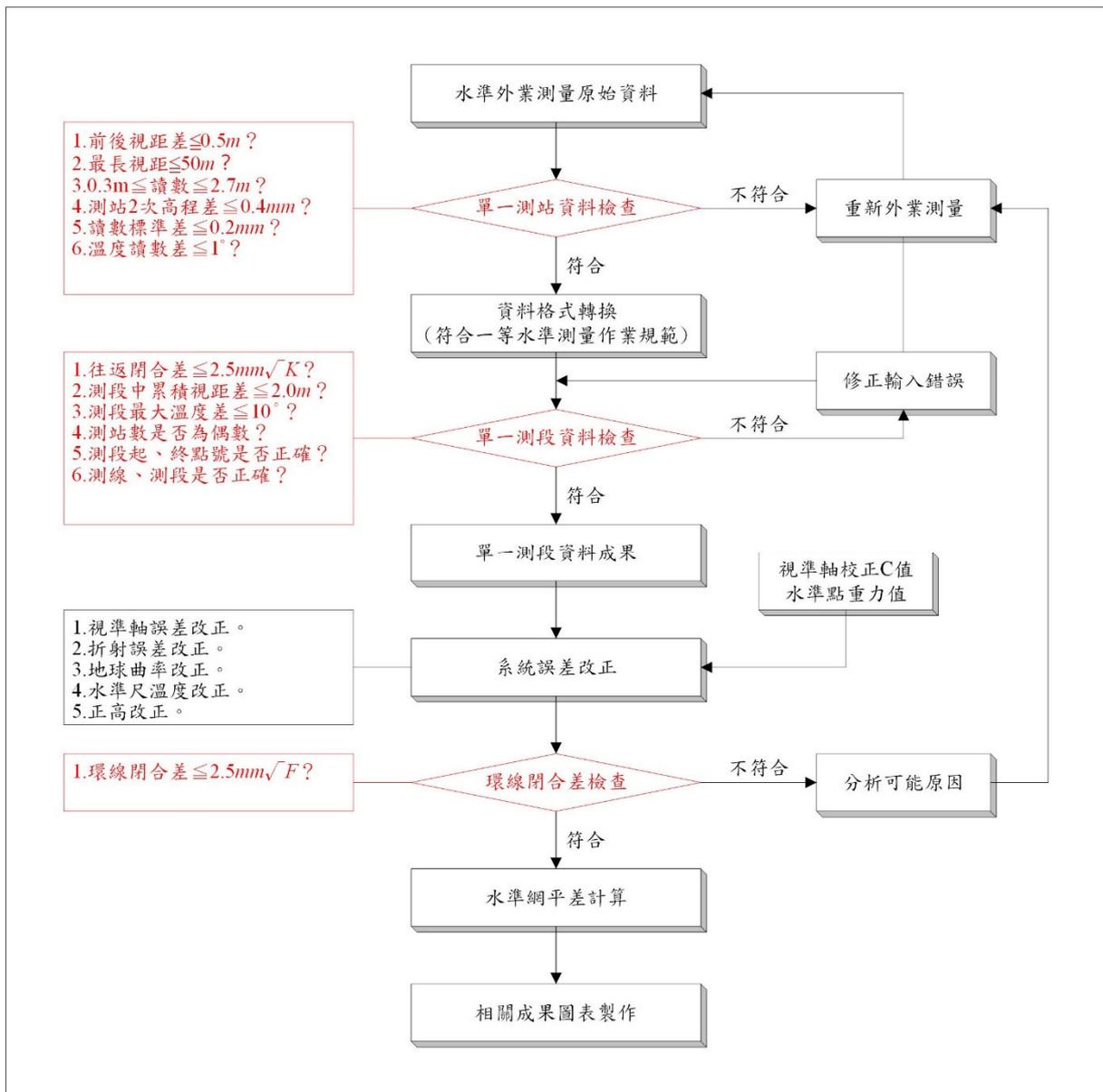


圖 5-5 水準資料處理流程圖

§5-2-2 水準觀測資料處理與檢核

1. 觀測資料檢核

針對原始一等水準觀測資料的檢核，將每日每組的原始觀測資料下載後，便利用程式自動檢核每一測段的成果，主要分為如下二部分：

- (1) 檢查單一測站之觀測資料：內容包括前後視距差、最長視距、最低與最高讀數、測站二次讀數高差之差、前後視距累積差等項目；這些檢查項目中，大部分可直接於儀器內設定，在測量過程中隨時提出警告訊息，以避免重測而浪費時間。不過為了確定觀測資料之有效性，會利用程式自動對觀測資料進行檢查工作，若有不符合情形，會於輸出檔內出現警告訊息（以*表示）。
- (2) 檢查單一測段之觀測資料：內容包括往返閉合差精度、測站數是否為偶數、測段中每測站之視距累積誤差、起終點號是否相符等項目，亦利用上述程式自動對單一測段往返觀測資料進行檢查工作，若有不符合情形，會於輸出檔內出現警告訊息（以*表示）。

對於水準觀測資料的檢查，除了檢核出人工輸入造成的錯誤外，最重要的便是檢核原始觀測資料的品質；檢核品質的標準主要依照「一等水準測量作業規範」，其要點如下：

- (1) 前後視最長視距不得大於 50 m。
- (2) 每一測站前後視距差不得大於 0.5 m。
- (3) 同一測段中任一測站上前後視距差累積不得大於 2.0 m。
- (4) 每測站二次高程差之最大較差不得大於 0.4 mm。
- (5) 水準儀測得之所有水準尺讀數不得小於 30 cm，不得大於 270 cm。
- (6) 判斷溫度記錄是否有大錯誤：同一測站最大最小溫度差須小於較差小於 1°C，同一測段任兩測站間的溫度差須小於 10°C。
- (7) 同一測段之往返閉合差小於 $2.0\text{ mm}\sqrt{K}$ （ K 為單一測段長度之公里數）。

當原始資料檢查完成後，程式將自動輸出相關資料檔（如表 5-2），其內容包括：

- (1) 測段單向每測站之前後視距離及原始高程差。
- (2) 測段單向每測站兩次前後視高程差之較差及平均值。
- (3) 單向測段之錯誤訊號（若無錯誤則為空白），以利後續修正原始檔案。
- (4) 測段單向起、終點點號、前後視距離總和、原始高程差值。

原始外業觀測資料經過上述兩階段的檢查後，若均符合工作規範及精度要求，程式即將資料轉換成標準資料儲存格式，以供後續利用。

表 5-2 外業觀測資料成果檢查表

前進方向	讀數高低限制				讀數差 (mm)		讀數標準差限制		高差 0.4mm	測站前後視距 差 m	溫差 1 度	溫差 1 度	
	b1	f1	f2	b2	前視	後視	0.2mm	0.4mm					
XIANBM-->	1				-0.050	+0.010	-0.11	-0.11	0.2
1-->	2				+0.010	+0.100	-0.17	-0.28	0.2
2-->	3				+0.010	+0.000	+0.17	-0.11	0.2
3-->	4				+0.020	+0.020	+0.03	-0.08	0.2
4-->	5				+0.040	-0.010	+0.23	+0.15	0.2
5-->	6				+0.010	-0.040	-0.10	+0.05	0.2
6-->	7				+0.050	+0.000	+0.00	+0.05	0.2
7-->	8				+0.020	+0.020	-0.09	-0.04	0.2
8-->	9				+0.000	+0.030	-0.07	-0.11	0.2
9-->	10				+0.000	+0.000	-0.12	-0.23	0.2
10-->	11				-0.010	-0.010	+0.08	-0.15	0.2
11-->	12				+0.000	+0.080	-0.07	-0.22	0.2
12-->	13				+0.010	+0.020	+0.08	-0.14	0.2
13-->	14				+0.020	+0.010	+0.14	+0.00	0.2
14-->	15				+0.020	+0.010	+0.04	+0.04	0.2
15-->	16				+0.010	+0.000	+0.15	+0.19	0.2
16-->	17				+0.060	-0.020	-0.12	+0.07	0.2
17-->	18				+0.000	+0.000	+0.12	+0.19	0.2
18-->	19				+0.000	+0.000	+0.20	+0.39	0.2
19-->	20				+0.010	+0.000	+0.04	+0.43	0.2
20-->	21				-0.030	+0.040	-0.22	+0.21	0.2
21-->	22				+0.100	+0.050	-0.08	+0.13	0.2
22-->	23				+0.090	+0.000	+0.18	+0.31	0.2
23-->	24				-0.090	-0.030	-0.22	+0.09	0.2
24-->	25				+0.000	+0.060	+0.16	+0.25	0.2
25-->	26				-0.050	+0.010	+0.02	+0.27	0.2
26-->	27				+0.160	-0.060	+0.23	+0.50	0.2
27-->	28				+0.130	+0.090	-0.16	+0.34	0.2
28-->	29				+0.130	+0.040	+0.09	+0.43	0.2
29-->	30				+0.110	+0.040	-0.11	+0.32	0.2
30-->	31				-0.100	+0.010	-0.07	+0.25	0.2
31-->	32				+0.040	-0.040	-0.03	+0.22	0.2
32-->	33				+0.030	+0.000	-0.11	+0.11	0.2
33-->	34				-0.060	+0.040	+0.02	+0.13	0.2
34-->	35				+0.060	+0.010	+0.12	+0.25	0.2
35-->	36				-0.010	+0.090	+0.04	+0.29	0.2
36-->	37				-0.060	-0.010	-0.28	+0.01	0.2
37-->	38				+0.010	+0.060	+0.06	+0.07	0.2
38-->	39				+0.090	+0.030	-0.02	+0.05	0.2
39-->	40				+0.000	+0.030	-0.01	+0.04	0.2
40-->	41				-0.100	-0.010	+0.01	+0.05	0.2
41-->	X208				+0.000	+0.040	+0.04	+0.09	0.2

方向 26--> 27 最大視距累積差 +0.50

後視讀數總和 47.44803 m 前視讀數總和 75.85065 m 總和差 -28.40262 m
 後視視距總和 850.97 m 前視視距總和 851.06 m 總和差 -0.09 m
 視距總和 1702.03 m
 2017.07.10

在資料的檢查過程中，針對觀測數據部分，因為均採用自動記錄的方式儲存，若依照「一等水準測量作業規範」規定施測，基本上不容易產生錯誤，但觀測資料內部分需由人工輸入記錄的資料，常是需要進行修正的部分，經歸納後以下幾項通常是較容易產生的問題：

- (1) 水準測段起、終點號輸入錯誤：通常容易發生在其他單位的點位上。例如：起點點號 KUANBM 記錄成 KUAMBM。
- (2) 水準測線、測段編號輸入錯誤：易發生於測線編號英文字母與阿拉伯數字相似時，如測線編號 I2 記錄成 12。
- (3) 施測水準儀序號或水準尺序號錯誤：通常是由於觀測人員輸入速度過快所產生的錯誤，如水準儀序號 103301 記錄成 10301。
- (4) 單一測站水準尺溫度記錄錯誤：雖然水準尺的溫度可藉由溫度計自動讀取，但仍需透過扶尺人員讀取後告知觀測人員記錄於水準儀中，因此觀測人員可能記錄錯誤，如溫度記錄應為” B235237” 記錄為” B23537”。

前三項錯誤基本上並不影響原始的測量結果，但對於資料的分析與計算，會產生相當大的困擾，第(4)項的錯誤則會直接影響後續水準尺溫度改正的結果，所以皆必須仔細檢核錯誤的存在並加以修正。

2. 標準格式轉換與測線表製作

當完成每日單一測段觀測資料後，需進行資料儲存之標準格式轉換（表 5-3），水準觀測資料之標準儲存格式，需每一測段儲存一個檔案，每個檔案分為三部分，即檔頭、觀測資料與檔尾，其詳細格式內容說明如下：

- (1) 第一部分為檔頭，檔頭共占 2 列，共儲存 16 個欄位資料，每個欄位可儲存 10 個位元（byte）資料，全為文字記錄。第 1 列所儲存的資料依序為(a)測站數：以數字表示。(b)視準軸修正值：單位為 mm 。(c)水準儀型號。(d)水準尺甲尺序號。(e)水準尺乙尺序號。(f)測段檔名：測段檔名之編碼方式以 9 碼為原則，第 1 及第 2 碼為測線編號，依據「臺灣本島一等水準網測線編號表」編之，第 3 至第 6 碼為西元曆年，以數字表示，第 7 及第 8 碼為該測線之第幾測段，以數字表示，第 9 碼為測段之往測或返測，以英文字母表示，A、C、E...表示往測，B、D、F...表示返測。(g)起點點號。(h)終點點號。第 2 列所儲存之資料依序為(a)年.月.日(YYYY.MM.DD)：以西元曆表示，年月日以”.”區隔。(b)雲量與風力(S.W)，雲量與風力以”.”區隔。(c)觀測者姓名。(d)記錄者姓名。(e)可反轉式補償器二視線之夾角。第 2 列剩餘 30 個位元保留未來使用。
- (2) 第二部分為觀測資料，電子精密水準儀觀測資料儲存格式分述如下：每一測站計有 7 個讀數，每個讀數占 11 個位元，7 個讀數合計 77 個位元，儲存成一列，其內容依序如下：(a)觀測時間與觀測溫度讀數(hhmm.t25t05)：觀測時間記錄時(hr)、分(min)，觀測溫度分別紀錄溫度計離地面 2.5 m (t25) 及 0.5 m (t05) 之溫度，單位為 $0.1^{\circ}C$ ，觀測時間與觀測溫度以”.”區隔，如” 1415.176182”，表示觀測時間為 14 時 15 分，2.5 m 高之溫度為 $17.6^{\circ}C$ ，0.5 m 高之溫度為 $18.2^{\circ}C$ 。(b)後視視距第一次與第二次讀數之平均值及後視第一次與第二次讀數標準差($\bar{L}_b\bar{L}_b\bar{L}_b\bar{L}_b.\sigma_b^1\sigma_b^1\sigma_b^2\sigma_b^2$)：視距讀數平均值單位為 cm ，讀數標準差單位為 $0.01 mm$ ，讀數平均值與讀數標準差以”.”區隔，如” 2955.1516”，表示後視視距平均值為 29.55 m，後視第一次讀數之標準差為 $0.15 mm$ ，第二次讀數之標準差為 $0.16 mm$ 。(c)前視視距第一次與第二次讀數之平均值及前視第一次與第二次讀數標準差：與(b)同。(d)後視第一次讀數($L_b^1L_b^1L_b^1L_b^1$)：單位為 cm ，如” 174.145”，表示後視第一次讀數為 174.145 cm 。(e)前視第一次讀數：與(d)同。(f)前視第二次讀數：與(d)同。(g)後視第二次讀數：與(d)同。有關本列資料之儲存，請對照表 4-2 電子精密水準儀觀測資料儲存之標準格式第三列資料。
- (3) 第三部分為檔尾，檔尾占一列，以-9999.00000 表示此檔案結束。

若前述資料檢核無誤後，除輸出觀測資料的標準格式檔外，並製作測線表，其內容包括：測線編號、測段編號、往返測高程差、測段前後視距離總合、往返閉合差、平均高程差、觀測日期、標準格式檔名等相關資訊。

§5-3 水準測量測段往返閉合差分析

在水準測量中，利用規範每一測段往返閉合差的數值，為控制水準測量精度及檢核測量成果品質最有效及最直接的方法；本案水準測量分採一等水準及普通水準測量方式進行，其中一等水準測量依照「一等水準測量作業規範」規定，其測段往返閉合差應小於 $2.5\text{mm}\sqrt{K}$ （ K 為單一測段長度之公里數），普通水準量參照「基本測量實施規則」中加密控制水準測量規定，其測段往返閉合差應小於 $8.0\text{mm}\sqrt{K}$ 。理論上，若沒有大錯誤及系統誤差存在，則各測段往返閉合差之均值期望值應等於零且趨於常態分布。

對於本案施測的測段進行測段往返閉合差分析，因其測段的距離長短不一，因此需對各測段進行標準化的動作，其目的在於計算出各測段每公里之往返閉合差值（ e ），使其不受測段長度之影響（陳國華，2004；內政部國土測繪中心，2008）。測段標準化的計算公式如下：

$$e = v / \sqrt{K} \quad (5-2)$$

其中 v 為測段的往返閉合差，單位為 mm 。

K 為測段長度，單位為 km 。

則依照（5-2）式計算，本案各測段之測段往返閉合差分析成果如表 5-5、表 5-6。

表 5-5 普通水準測量測段往返閉合差分析成果表

測線名稱	起點點號	終點點號	測段距離(km)	往測高程差(m)	返測高程差(m)	往返閉合差(mm)	容許誤差值 $8.0\text{mm}\sqrt{K}$	是否符合標準
01A	C002A	C002	0.183	11.57832	-11.57732	1.00	3.42	是
02A	DANLA	DANL	0.007	1.78682	-1.78690	-0.08	0.67	是
03A	DASUBM	DASU	0.058	10.80475	-10.80430	0.45	1.92	是
04A	XIANBM	XIAN	0.109	12.72034	-12.72079	-0.45	2.64	是
05A	KUANBM	KUAN	0.134	20.47658	-20.47739	-0.81	2.93	是
06A	LGUEBM	LGUE	0.208	25.29733	-25.29521	2.12	3.65	是
07A	LIANBM	LIAN	0.249	18.09612	-18.09653	-0.41	3.99	是
08A	LONTA	LONT	0.007	1.10668	-1.10660	0.08	0.67	是
09A	LOYEBM	LOYE	0.080	11.78961	-11.78988	-0.27	2.27	是
10A	SANWBM	SANW	0.020	5.01037	-5.01024	0.13	1.14	是
11A	SCESBM	SCES	0.069	8.70918	-8.70795	1.23	2.09	是
12A	SSUNA	SSUN	0.007	1.72033	-1.72034	-0.01	0.69	是
13A	MESNA	MESN	0.005	2.24944	-2.24925	0.19	0.56	是
14A	TATAA	TATA	0.009	1.65735	-1.65777	-0.42	0.76	是
15A	WANSA	WANS	0.005	1.91304	-1.91355	-0.51	0.55	是
16A	WDANA	WDAN	0.007	1.69343	-1.69355	-0.12	0.68	是
17A	YSANA	YSAN	0.005	1.70038	-1.70067	-0.29	0.56	是

表 5-6 一等水準測量測段往返閉合差分析成果表

測線名稱	起點點號	終點點號	測段距離(km)	往測高程差(m)	返測高程差(m)	往返閉合差(mm)	容許誤差值 2.5mm√K	是否符合標準
01	3161	C002A	2.087	41.97215	-41.97357	-1.42	3.61	是
01	C002A	3162	0.197	6.50468	-6.50435	0.33	1.11	是
02	9234	DANLA	1.314	22.52899	-22.52810	0.89	2.87	是
02	DANLA	9235	0.653	-34.89173	34.89226	0.53	2.02	是
03	L102	DASUBM	0.182	0.10371	-0.10360	0.11	1.07	是
03	DASUBM	L103	1.796	17.41031	-17.40789	2.42	3.35	是
04	J027	XIANBM	0.248	-0.86690	0.86728	0.38	1.24	是
04	XIANBM	X208	1.702	-28.40262	28.40324	0.62	3.26	是
05	9164	KUANBM	2.089	-25.78858	25.78998	1.41	3.61	是
05	KUANBM	9165	0.582	-3.65357	3.65396	0.39	1.91	是
06	R005	LGUEBM	3.379	-24.61220	24.61434	2.15	4.60	是
06	LGUEBM	R006	1.786	19.07162	-19.07088	0.74	3.34	是
07	J105	LIANBM	0.757	1.88498	-1.88410	0.88	2.18	是
07	LIANBM	J106	2.649	15.54980	-15.54767	2.13	4.07	是
08	9173	LONTA	1.484	38.21062	-38.20904	1.58	3.05	是
08	LONTA	9174	2.292	-51.36316	51.36511	1.95	3.78	是
09	H028	LOYEBM	2.088	-125.82123	125.82253	1.31	3.61	是
09	LOYEBM	H029	3.157	168.63019	-168.62738	2.80	4.44	是
10	G120	SANWBM	5.020	-2.06075	2.06262	1.87	5.60	是
10	SANWBM	X213	3.156	2.61500	-2.61292	2.08	4.44	是
11	G067	SCESBM	4.339	-1.49866	1.50108	2.42	5.21	是
11	SCESBM	G068	3.172	4.01977	-4.01818	1.58	4.45	是
12	1136	SSUNA	1.580	-3.01523	3.01728	2.05	3.14	是
12	SSUNA	1137	3.884	-1.21454	1.21673	2.20	4.93	是
13	J050A	J051	1.174	70.91238	-70.91187	0.50	2.71	是
13	J051	MESNA	0.150	14.69335	-14.69310	0.25	0.97	是
14	H049	TATAA	2.046	106.53954	-106.53756	1.98	3.58	是
14	TATAA	X121	1.287	-13.22375	13.22560	1.85	2.84	是
15	L052	WANSA	3.944	181.53093	-181.52973	1.19	4.96	是
15	WANSA	L053	2.165	-141.36630	141.36764	1.34	3.68	是
16	R035	WDANA	2.400	-3.01732	3.01889	1.57	3.87	是
16	WDANA	R036	3.050	2.44211	-2.44025	1.86	4.37	是
17	G077	YSANA	6.867	1.23469	-1.23239	2.30	6.55	是
17	YSANA	G078	7.179	-0.11559	0.11160	-3.99	6.70	是

§5-4 水準測量系統誤差改正

§5-4-1 水準測量系統誤差改正公式

系統誤差的處理方式，除了利用測量步驟來消弭部分外，最主要便是利用系統誤差改正模式來進行修正，主要包括視準軸誤差改正、折射誤差改正、地球曲率改正、水準尺溫度改正及正高改正等 5 項，各種誤差之說明如下：

1. 視準軸誤差改正

水準測量時，若水準儀的視準軸與其水準管軸非呈「理想」的相互平行狀態，則在每次架站的觀測中，必會引入因視準軸之偏離所產生的微小誤差量，此稱之為視準軸誤差（陳國華，2004）。若在理想的狀態下，當水準外業測量時，若能保持測站前、後視視距長度相等，則視準軸誤差應可消除之，但實際作業時，僅能保持前、後視視距在一定的差距範圍內，並無法真正維持前、後視視距相等，因此必需計算視準軸偏離水平線的角度，以進行該水準儀觀測的視準軸誤差改正。

若以 C 表示每單位公尺視距所產生的偏差量，單位為 mm/m ，則每個測站因視準軸偏離所引入的視準軸誤差 $\Delta\lambda$ 可表示為（Rappleye, 1984）：

$$\Delta\lambda = \lambda_B - \lambda_F = C \cdot S_B - C \cdot S_F = C \cdot (S_B - S_F) = C \cdot \Delta S \quad (5-3)$$

其中 λ_F 、 λ_B 分別為測站前後視的視準軸誤差量，單位為 mm 。

S_F 、 S_B 分別為測站前後視的視距長度，單位為 m 。

ΔS 為前後視的視距差，單位為 m 。

所以視準軸誤差值 C ，即代表視準軸偏離水平方向所造成每單位視距長度偏離的誤差，依照前面的敘述，當前、後視距相等時，在計算高差時，這誤差會互相抵消；但當這誤差無法完成消除時，則一測段所造成的總視準軸誤差（ C_{col} ）和前、後視距差總和（ $\Sigma\Delta S$ ）成正比（內政部，2014）。因此，每一測段水準測量的視準軸誤差改正 C_{col} ，可以用下列公式表示：

$$C_{col} = -C \times \Sigma\Delta S \quad (5-4)$$

其中 C_{col} 為測段視準軸誤差改正量，單位為 mm 。

C 為視準軸誤差改正值，單位為 mm/m 。

ΔS 為前後視距差， $\Delta S = S_B - S_F$ ； S_B 為後視視距， S_F 為前視視距，單位為 m 。

前述公式(5-3)中，視準軸誤差改正值 C ，將會因水準儀之不同而改變，在實際作業過程中，將依照每日水準儀視準軸校正作業去求得，由於「一等水準測量作業規範」明訂視準軸誤差改正值 C 應小於 0.05 mm/m ，而前後視距差總和($\Sigma\Delta S$)須小於 1.5 m ，因此每一測段的視準軸誤差改正(C_{col})應小於 0.075 mm 。為了要降低視準軸誤差的影響，若要確保每部水準儀視準軸誤差改正值 C 的穩定，除了對每部儀器定期檢核外，並在儀器的搬運過程中，小心謹慎地保持儀器的穩定度以維持其精密程度。

2. 折射誤差改正

折射誤差在水準測量中，是較為複雜且嚴重的一種誤差。當光線由一介質進入另一介質，由於不同介質的折射率不同，光線的行進方向就會因此發生偏折，在水準測量施測時，若光線行進路線的空氣折射率不同，則光線並非以一直線行進，而是成曲線狀，當接近地表之溫度較高時，光線會產生向上偏折之曲線，空氣的折射率基本上為壓力、溫度和濕度的函數。

因此在水準測量中，折射誤差主要受到三項因素之影響，分別是測站的視距長度、兩水準尺之間的高差以及觀測視線上的溫度梯度等。溫度梯度的變化與外界環境密切相關，白天觀測時，受到日照的影響，溫度梯度大多為負值，在晚間，由於地面的散熱速度較空氣來得快速，其使得溫度梯度大多呈現正值(陳國華，2004)。

在改變空氣折射率的各項因素中，以溫度的影響最為重要(Bomford, 1980)，因此折射公式幾乎皆由此因素推導而得，根據所用參數的不同，又可分為三大類(Angus-Leppan, 1984)：

- (1) 直接量測溫度梯度進行改正。
- (2) 利用量測之溫度計算溫度梯度進行改正。
- (3) 利用氣象因素預估溫度梯度進行改正。

在實際運用上，大多採用第(1)種直接量測地表溫度梯度之改正法，進行觀測資料的折射誤差改正，然運用此方法須建立下列3項假設(Kukkamaki, 1938；Angus-Leppan, 1984)：

- (1) 空氣的折射率僅是溫度的函數，忽略其他因素影響。
- (2) 假設各等溫面與地表面平行。
- (3) 假設接近地面的溫度隨高度相關，即高度的函數。

配合前述的假設基礎，再參考Kukkamaki的折射誤差修正公式，則可得每一測站的折射誤差改正值(R)如公式(5-5)(Kukkamaki, 1980；內政部，2014)

$$R = -6.7 \times 10^{-8} \times L^2 \times \Delta T \times \Delta H \quad (5-5)$$

其中 -6.7×10^{-8} 為適合臺灣地區之折射常數，單位： $/m^2 \cdot ^\circ C$ 。

L 為前後視之平均視距，單位： m 。

ΔT 為 $2.5 m$ 與 $0.5 m$ 高度之溫度差，單位： $^\circ C$ 。

ΔH 為測站 (setup) 高差，單位： m 。

因此依公式 (5-5) 計算後，我們可以計算各測段折射誤差改正值，由於前後視之平均視距 L 及 $2.5 m$ 與 $0.5 m$ 高度之溫度差 ΔT 理應在有限度的範圍之內，因此影響折射誤差改正值主要在為測站高差 ΔH ，理論上兩水準點間的高程差愈大，代表每一次擺站的測站高差 ΔH 愈大，但若測段間的路徑呈現起伏的狀態時，就無法依此方法論定。

3. 地球曲率改正

地表任一點的水準面 (或稱重力等位面) 並不為平面，其使得水準測量時之視準軸並不會平行於水準面，如果測站的前後視距長度不相等，則會使得觀測得到的水準高差含有因地球曲率影響的微量誤差，此稱為地球曲率誤差。一般來說，地球之曲率在南北方向的變化會較東西方向為大，故其誤差之影響量，南北方向的測線亦會較東西方向者略大 (陳國華，2004)。

所以在水準測量每次觀測時，都會引進一個微小的系統誤差，其大小和視距的平方成正比。由於臺灣地區不大，地球曲率改正 (λ_{cur}) 的公式可簡化為 (內政部，2014)：

$$\lambda_{cur} = -(\sum S_B^2 - \sum S_F^2) / 2r \quad (5-6)$$

其中 S_B 為後視視距， S_F 為前視視距，單位為 m 。

r 為地球之平均半徑，單位為 m 。

依公式 (5-6) 計算可求得所有測段的地球曲率改正成果，我們由公式 (5-6) 中得知影響地球曲率改正值之最大因素為前後視距總和平方之差值 ($\sum S_B^2 - \sum S_F^2$)，依「一等水準測量作業規範」規定，每一測站前後視距差應小於 $0.5 m$ ，因此，各測段的地球曲率改正影響亦十分微小。

4. 水準尺溫度改正

水準尺是在木頭、金屬上刻蝕精細的標準刻劃，然而在使用時，其環境溫度與刻蝕時不同，因此每單位刻劃之長度會因而膨脹收縮，若不修正，則會造成系統性的誤差。一般而言，大地水準測量所用的水準尺都以膨脹係數較小的鈳鋼來製作。鈳鋼是在鋼中加入鎳的合金，其膨脹係數大約在 10^{-6} ($ppm/^\circ C$)左右，而一般水準尺刻劃是在標準溫度($20^\circ C$)之環境下製作；因此各測站水準尺溫度改正為(Rapple, 1984; 內政部, 2014):

$$C_{temp} = K \times (t - t_s) \times \Delta H \quad (5-7)$$

其中 K 為一對水準尺的平均膨脹係數，單位： $ppm/^\circ C$ 。

t 為測站水準尺平均溫度，單位： $^\circ C$ 。

t_s 為水準尺長度檢定溫度，單位： $^\circ C$ 。

ΔH 為測站 (*steup*) 高差，單位： m 。

上述公式(5-7)中，水準尺的平均膨脹係數 K ，是內政部利用一等級、二等級水準網測量工作的資料，配合多重線性迴歸分析模式所求得的(內政部, 2003; 陳國華, 2004)，其值為 1.26×10^{-6} ($ppm/^\circ C$)。我們利用這個數值，配合外業測量實際量測的數據資料，可計算所有測段的水準尺溫度改正值，由公式(5-7)中我們得知，當在坡度極平緩的地方觀測時，水準尺伸縮所造成的影響甚微，但若水準尺間之高程差異愈大，此時水準尺伸縮所引入的誤差值也愈大，但和折射誤差改正相同，當測段坡度有起伏時，則尚無法查知。

5. 正高改正：由於計算正高改正值需每個點位之重力資料，若無實測重力值的點位則利用內政部 GS2009 (Gravity System 2009) 重力資料建立內插模式，求得水準點之重力值，以求得每測段間之正高改正值。其公式如下：

$$OC_{AB} = \int_A^B \frac{g - g_0}{g_0} dH + \frac{\overline{g_A} - g_0}{g_0} H_A - \frac{\overline{g_B} - g_0}{g_0} H_B \quad (5-8)$$

其中 $\overline{g_A}$ 為 A 點沿著垂線到大地水準面路徑上的平均重力，單位為 $gal(cm/sec^2)$ 。

$\overline{g_B}$ 為 B 點沿著垂線到大地水準面路徑上的平均重力，單位為 $gal(cm/sec^2)$ 。

g_0 為臺灣地區之平均重力值。

H_A 與 H_B 分別為 A 與 B 點之高程值，單位為 cm 。

一般而言，上述公式中 $\overline{g_A}$ 與 $\overline{g_B}$ 可以分別依 (5-9) 式及 (5-10) 式計算之：

$$\overline{g}_A = g_A - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial H} + 4\pi G \rho \right) H_A \quad (5-9)$$

$$\overline{g}_B = g_B - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial H} + 4\pi G \rho \right) H_B \quad (5-10)$$

其中 $\frac{\partial \gamma}{\partial H}$ 為正常空間梯度，其值為 $-0.3086 \text{ mgal} / \text{m}$ 。

G 為重力常數，其值為 $66.7 \times 10^{-9} \text{ cm}^3 / \text{g} \cdot \text{sec}^2$ 。

ρ 為岩層密度，其值為 $2.67 \text{ g} / \text{cm}^3$ 。

g_A 與 g_B 分別為 A 與 B 點之重力值，單位為 mgal 。

由於 (5-8) 式中， g 為二水準點間每個水準測站處的實測重力值，在實際測量作業中是沉重的負擔，考量二水準點間間距一般約為 2km，其間重力變化尚稱平滑，因此實務計算時，以二水準點之平均重力值 g_{AB} 替代 g ，並以 $H_B = H_A + \Delta H$ 代入，簡化後公式 (5-11) 如下：

$$OC_{AB} = \frac{1}{g_0} \left[H_A (\overline{g}_A - \overline{g}_B) + \Delta H (g_{AB} - \overline{g}_B) \right] \quad (5-11)$$

其中 $\overline{g}_A = g_A + 0.0424 H_A$

$\overline{g}_B = g_B + 0.0424 H_B$

$g_{AB} = \frac{1}{2} (g_A + g_B)$

§5-4-2 水準測量系統誤差改正成果

依照前述各公式可計算本案水準測量系統誤差改正成果如表 5-7。

表 5-7 水準測量各項系統誤差改正成果表 (1/3)

測線名稱	起點點號	終點點號	測段距離 (km)	原始高程差 (m)	各項系統誤差修正(mm)						改正後高程差(m)
					尺溫度	視準軸	地球曲率	折射誤差	正高改正	總計	
01	3161	C002A	2.087	41.97215	0.397	0.003	0.001	0.100	4.150	4.650	41.97680
01	C002A	3161	2.087	-41.97357	-0.409	-0.003	-0.002	-0.092	-4.150	-4.656	-41.97822
01	C002A	3162	0.197	6.50468	0.060	-0.004	-0.001	0.016	0.793	0.863	6.50554
01	3162	C002A	0.197	-6.50435	-0.060	0.002	0.001	-0.019	-0.793	-0.869	-6.50522
02	9234	DANLA	1.314	22.52899	0.256	0.002	0.001	0.014	0.295	0.567	22.52956
02	DANLA	9234	1.314	-22.52810	-0.266	-0.002	0.000	-0.013	-0.295	-0.576	-22.52867
02	DANLA	9235	0.653	-34.89173	-0.416	-0.001	-0.001	-0.037	-0.380	-0.835	-34.89256
02	9235	DANLA	0.653	34.89226	0.411	0.001	0.000	0.038	0.380	0.830	34.89309
03	L102	DASUBM	0.182	0.10371	0.001	-0.001	0.000	-0.001	0.003	0.002	0.10371
03	DASUBM	L102	0.182	-0.10360	-0.001	0.000	0.000	0.001	-0.003	-0.003	-0.10360
03	DASUBM	L103	1.796	17.41031	0.187	0.001	-0.001	0.069	0.050	0.306	17.41061
03	L103	DASUBM	1.795	-17.40789	-0.192	0.002	0.003	-0.078	-0.050	-0.314	-17.40820
04	J027	XIANBM	0.248	-0.86691	-0.010	-0.004	0.000	-0.008	-0.052	-0.074	-0.86698
04	XIANBM	J027	0.248	0.86728	0.010	0.002	0.000	0.001	0.052	0.064	0.86734
04	XIANBM	X208	1.702	-28.40262	-0.333	0.000	-0.002	-0.060	-0.783	-1.179	-28.40379
04	X208	XIANBM	1.702	28.40324	0.326	0.000	0.002	0.060	0.783	1.171	28.40441
05	9164	KUANBM	2.089	-25.78858	-0.266	-0.006	0.001	-0.176	-0.078	-0.526	-25.78910
05	KUANBM	9164	2.089	25.78998	0.272	0.002	-0.001	0.187	0.078	0.539	25.79052
05	KUANBM	9165	0.582	-3.65357	-0.037	-0.005	0.001	-0.028	-0.135	-0.204	-3.65377
05	9165	KUANBM	0.582	3.65396	0.036	0.001	0.000	0.028	0.135	0.200	3.65416
06	R005	LGUEBM	3.379	-24.61220	-0.216	0.001	-0.001	-0.166	-0.360	-0.743	-24.61294
06	LGUEBM	R005	3.378	24.61434	0.221	0.000	-0.001	0.153	0.360	0.733	24.61507
06	LGUEBM	R006	1.786	19.07162	0.201	0.000	-0.002	0.032	0.459	0.690	19.07231
06	R006	LGUEBM	1.787	-19.07088	-0.194	0.000	0.000	-0.025	-0.459	-0.677	-19.07155
07	J105	LIANBM	0.757	1.88498	0.018	0.000	0.000	0.012	0.027	0.058	1.88504
07	LIANBM	J105	0.757	-1.88410	-0.018	0.001	0.001	-0.016	-0.027	-0.058	-1.88416
07	LIANBM	J106	2.649	15.54980	0.144	-0.001	-0.001	0.112	0.057	0.311	15.55011
07	J106	LIANBM	2.649	-15.54767	-0.141	-0.001	0.000	-0.106	-0.057	-0.305	-15.54797
08	9173	LONTA	1.484	38.21062	0.397	0.007	-0.002	0.104	0.487	0.992	38.21161
08	LONTA	9173	1.484	-38.20904	-0.407	0.003	0.000	-0.104	-0.487	-0.995	-38.21003
08	LONTA	9174	2.292	-51.36316	-0.568	0.009	-0.002	-0.177	-0.976	-1.714	-51.36487
08	9174	LONTA	2.292	51.36511	0.551	-0.004	0.002	0.285	0.976	1.810	51.36692
09	H028	LOYEBM	2.088	-125.82123	-1.067	-0.011	0.002	-0.169	-19.271	-20.517	-125.84174
09	LOYEBM	H028	2.090	125.82253	1.101	-0.012	0.004	0.170	19.271	20.533	125.84306
09	LOYEBM	H029	3.157	168.63019	1.567	-0.008	0.003	0.281	31.026	32.870	168.66305
09	H029	LOYEBM	3.154	-168.62738	-1.524	-0.013	0.002	-0.281	-31.026	-32.842	-168.66022
10	G120	SANWBM	5.020	-2.06075	-0.020	0.000	0.002	-0.006	0.004	-0.020	-2.06077
10	SANWBM	G120	5.020	2.06262	0.022	0.000	-0.001	0.018	-0.004	0.035	2.06265
10	SANWBM	X213	3.156	2.61500	0.028	-0.001	-0.002	0.020	0.002	0.047	2.61504
10	X213	SANWBM	3.155	-2.61292	-0.028	0.001	0.001	-0.015	-0.002	-0.044	-2.61296

表 5-7 水準測量各項系統誤差改正成果表 (2/3)

測線名稱	起點點號	終點點號	測段距離 (km)	原始高程差 (m)	各項系統誤差修正(mm)						改正後高程差(m)
					尺溫度	視準軸	地球曲率	折射誤差	正高改正	總計	
11	G067	SCESBM	4.339	-1.49866	-0.016	0.000	0.000	0.015	-0.001	-0.003	-1.49866
11	SCESBM	G067	4.341	1.50108	0.016	0.001	0.000	-0.006	0.001	0.011	1.50109
11	SCESBM	G068	3.172	4.01977	0.043	-0.003	0.002	0.033	0.007	0.083	4.01985
11	G068	SCESBM	3.171	-4.01818	-0.046	0.003	-0.003	-0.026	-0.007	-0.078	-4.01825
12	1136	SSUNA	1.580	-3.01523	-0.034	0.003	-0.002	-0.022	-0.013	-0.068	-3.01530
12	SSUNA	1136	1.580	3.01728	0.033	-0.006	0.003	0.018	0.013	0.061	3.01734
12	SSUNA	1137	3.884	-1.21454	-0.013	-0.008	0.005	0.001	0.034	0.020	-1.21451
12	1137	SSUNA	3.884	1.21673	0.013	0.002	-0.002	-0.001	-0.034	-0.022	1.21670
13	J050A	J051	1.174	70.91238	0.672	0.000	0.000	0.117	6.690	7.479	70.91985
13	J051	J050A	1.174	-70.91187	-0.692	-0.001	0.000	-0.120	-6.690	-7.503	-70.91937
13	J051	MESNA	0.150	14.69335	0.163	0.000	-0.001	0.013	1.351	1.526	14.69488
13	MESNA	J051	0.150	-14.69310	-0.156	0.000	0.001	-0.009	-1.351	-1.516	-14.69461
14	H049	TATAA	2.046	106.53954	0.429	0.001	0.001	0.163	35.590	36.184	106.57572
14	TATAA	H049	2.046	-106.53756	-0.455	0.000	-0.001	-0.299	-35.590	-36.345	-106.57390
14	TATAA	X121	1.287	-13.22375	-0.053	-0.001	-0.002	0.054	-0.951	-0.952	-13.22470
14	X121	TATAA	1.288	13.22560	0.036	0.001	0.001	-0.054	0.951	0.935	13.22653
15	L052	WANSA	3.944	181.53093	1.215	-0.013	0.000	0.178	12.006	13.386	181.54431
15	WANSA	L052	3.943	-181.52973	-1.411	0.007	0.002	-0.152	-12.006	-13.560	-181.54329
15	WANSA	L053	2.165	-141.36630	-1.124	0.001	0.002	-0.044	-9.273	-10.438	-141.37673
15	L053	WANSA	2.166	141.36764	1.222	-0.001	0.000	0.066	9.273	10.561	141.37820
16	R035	WDANA	2.400	-3.01732	-0.036	0.002	0.002	-0.017	0.013	-0.036	-3.01736
16	WDANA	R035	2.400	3.01889	0.036	0.006	0.002	0.016	-0.013	0.047	3.01894
16	WDANA	R036	3.050	2.44211	0.028	-0.001	-0.001	0.027	-0.018	0.035	2.44215
16	R036	WDANA	3.050	-2.44025	-0.028	0.005	0.002	-0.016	0.018	-0.018	-2.44026
17	G077	YSANA	6.867	1.23469	0.013	0.006	-0.002	-0.009	-0.002	0.006	1.23470
17	YSANA	G077	6.868	-1.23239	-0.012	0.005	-0.002	0.007	0.002	0.001	-1.23239
17	YSANA	G078	7.179	-0.11559	-0.002	0.004	0.002	-0.001	0.009	0.012	-0.11558
17	G078	YSANA	7.178	0.11160	0.001	-0.003	0.000	-0.005	-0.009	-0.015	0.11158
01A	C002A	C002	0.183	11.57832	0.000	-0.054	-0.013	0.000	2.997	2.930	11.58125
01A	C002	C002A	0.183	-11.57732	0.000	0.056	0.012	0.000	-2.997	-2.929	-11.58025
02A	DANLA	DANL	0.007	1.78682	0.000	0.002	0.000	0.000	0.044	0.046	1.78687
02A	DANL	DANLA	0.007	-1.78690	0.000	-0.002	0.000	0.000	-0.044	-0.046	-1.78695
03A	DASUBM	DASU	0.058	10.80475	0.000	0.007	0.020	0.000	0.063	0.089	10.80484
03A	DASU	DASUBM	0.065	-10.80430	0.000	-0.007	-0.027	0.000	-0.063	-0.097	-10.80440
04A	XIANBM	XIAN	0.109	12.72034	0.000	0.000	0.002	0.000	0.734	0.736	12.72108
04A	XIAN	XIANBM	0.109	-12.72079	0.000	0.000	-0.002	0.000	-0.734	-0.736	-12.72153
05A	KUANBM	KUAN	0.134	20.47658	0.000	0.671	-0.192	0.000	0.857	1.336	20.47792
05A	KUAN	KUANBM	0.135	-20.47739	0.000	-0.117	0.051	0.000	-0.857	-0.923	-20.47831
06A	LGUEBM	LGUE	0.208	25.29733	0.000	0.000	-0.021	0.000	1.172	1.152	25.29848
06A	LGUE	LGUEBM	0.181	-25.29521	0.000	-0.031	0.079	0.000	-1.172	-1.124	-25.29633
07A	LIANBM	LIAN	0.249	18.09612	0.000	-0.058	-0.290	0.000	0.134	-0.213	18.09591
07A	LIAN	LIANBM	0.253	-18.09653	0.000	-0.036	-0.075	0.000	-0.134	-0.246	-18.09678
08A	LONTA	LONT	0.007	1.10668	0.000	0.010	0.000	0.000	0.045	0.055	1.10674
08A	LONT	LONTA	0.007	-1.10660	0.000	-0.010	0.000	0.000	-0.045	-0.055	-1.10666

表 5-7 水準測量各項系統誤差改正成果表 (3/3)

測線名稱	起點點號	終點點號	測段距離 (km)	原始高程差 (m)	各項系統誤差修正(mm)						改正後高程差(m)
					尺溫度	視準軸	地球曲率	折射誤差	正高改正	總計	
09A	LOYEBM	LOYE	0.080	11.78961	0.000	0.330	-0.123	0.000	2.832	3.039	11.79265
09A	LOYE	LOYEBM	0.081	-11.78988	0.000	-0.344	0.132	0.000	-2.832	-3.044	-11.79292
10A	SANWBM	SANW	0.020	5.01037	0.000	-0.021	-0.003	0.000	0.005	-0.019	5.01035
10A	SANW	SANWBM	0.019	-5.01024	0.000	0.016	0.002	0.000	-0.005	0.014	-5.01023
11A	SCESBM	SCES	0.069	8.70918	0.000	-0.184	0.037	0.000	0.009	-0.138	8.70904
11A	SCES	SCESBM	0.069	-8.70795	0.000	-0.317	0.066	0.000	-0.009	-0.260	-8.70821
12A	SSUNA	SSUN	0.007	1.72033	0.000	-0.003	0.000	0.000	0.011	0.008	1.72034
12A	SSUN	SSUNA	0.007	-1.72034	0.000	0.003	0.000	0.000	-0.011	-0.008	-1.72035
13A	MESNA	MESN	0.005	2.24944	0.000	0.002	0.000	0.000	0.300	0.302	2.24974
13A	MESN	MESNA	0.005	-2.24925	0.000	-0.002	0.000	0.000	-0.300	-0.302	-2.24955
14A	TATAA	TATA	0.009	1.65735	0.000	0.000	0.000	0.000	1.371	1.371	1.65872
14A	TATA	TATAA	0.009	-1.65777	0.000	0.000	0.000	0.000	-1.371	-1.371	-1.65914
15A	WANSA	WANS	0.005	1.91304	0.000	0.000	0.000	0.000	0.452	0.452	1.91349
15A	WANS	WANSA	0.005	-1.91355	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.452	-0.452	-1.91400
16A	WDANA	WDAN	0.007	1.69343	0.000	0.026	0.001	0.000	0.006	0.033	1.69346
16A	WDAN	WDANA	0.007	-1.69355	0.000	-0.026	-0.001	0.000	-0.006	-0.033	-1.69358
17A	YSANA	YSAN	0.005	1.70038	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.001	1.70038
17A	YSAN	YSANA	0.005	-1.70067	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.002	-0.001	-1.70067

§5-5 水準測量成果計算

§5-5-1 水準網平差計算方式

觀測資料經過錯誤之剔除以及系統誤差改正後，並且確定高程基準後，即可進行水準網平差計算。水準網平差計算的目的，主要是將觀測量所剩餘的偶然誤差，藉由平差的手段及相關的統計模式，分散至各個觀測量，最後求得一組未知數的最佳近似解。一般而言，常用的平差方法是採最小二乘法平差模式，利用所有觀測量改正數的平方和為最小的理論，計算出最佳的平差成果。使用的平差模式即以 Gauss-Markoff Model (GMM) 求解各水準點的高程，利用每一個測段作為平差輸入的觀測量，則其觀測方程式如 (5-12) 式：

$$V_{ij} + \Delta H_{ij} = H_j - H_i; P_{ij} \quad (5-12)$$

其中若 i 為測段的起點， j 為測段的終點。

式中 ΔH_{ij} 表示該測段之高程差，單位為 m 。

H_i 表 i 點的高程， H_j 表 j 點的高程，單位為 m 。

V_{ij} 表測段高程差的改正數，單位為 m 。

P_{ij} 表該測段的權值，以測段距離（單位為 km ）的倒數賦予。

因此我們可以將每一測段的高程差均依 (5-12) 式列一觀測方程式，若有 n 個測段的高程差，可組成 n 個觀測方程式，則觀測方程式可以矩陣方式表示如下：

$$V = AX - L \quad (5-13)$$

其中 V 為觀測量（測段高程差）改正數的向量矩陣。

X 為未知數（水準點高程）的向量矩陣。

A 為 X 的係數矩陣。

L 為觀測量的向量矩陣。

若假設各測段觀測量之間彼此獨立不相關，則權矩陣 P 中，各觀測量權值將依照其測段距離倒數賦予。

在上述的平差模式中，各水準點的高程為待求的未知數，這些未知數雖然均是函數獨立，但觀測方程式中若沒有任何已知點的高程值，則其非滿秩矩陣，法方程式會有無數個解。為了改變法方程式矩陣的奇異性，在水準網中需賦予一個已知起算點的高程，依其高程為基準，平差後得到的其他水準點高程值，則會是相對於此已知點的成果。因此我們必須對水準網賦予至少 1 個起算點的高程。

§5-5-2 水準測量計算成果

依據前述公式，對每 1 個基準站我們賦予 2 個已知水準點的高程作為約制條件，據此計算每一個衛星基準站（至天線參考點；ARP）及相應之副點（高程參考點或臨時水準點）的高程如表 5-8。

表 5-8 水準測量成果表

序號	點號	引用之已知水準點號		衛星基準站高程(m)	副點點號	副點高程(m)
1	C002	3161	3162	852.08813	C002A	840.50738
2	DANL	9234	9235	125.07804	DANLA	123.29113
3	DASU	L102	L103	34.02685	DASUBM	23.22223
4	XIAN	J027	X208	289.07963	XIANBM	276.35833
5	KUAN	9164	9165	244.53628	KUANBM	224.05817
6	LGUE	R005	R006	269.23843	LGUEBM	243.94102
7	LIAN	J105	J106	40.95103	LIANBM	22.85469
8	LONT	9173	9174	177.77588	LONTA	176.66918
9	LOYE	H028	H029	1193.94513	LOYEBM	1182.15234
10	SANW	G120	X213	6.67323	SANWBM	1.66294
11	SCES	G067	G068	9.63890	SCESBM	0.93027
12	SSUN	1136	1137	23.59558	SSUNA	21.87524
13	MESN	J050A	J051	899.40337	MESNA	897.15372
14	TATA	X121	H049	2624.59725	TATAA	2622.93832
15	WANS	L052	L053	916.85389	WANSA	914.94014
16	WDAN	R035	R036	15.16234	WDANA	13.46882
17	YSAN	G077	G078	4.26312	YSANA	2.56259

參考文獻

- 內政部，2003，一等二級水準網測量工作總報告書。
- 內政部，2003，一等二級水準網測量督導查核工作總報告書。
- 內政部，2008，國土測繪法規彙編。
- 內政部，2008，國土測繪法暨其子法立法說明彙編。
- 內政部，2014，一等水準測量作業規範（103年修正本）。
- 內政部國土測繪中心，2008，95年度一等水準點水準及衛星定位測量檢測工作水準測量工作報告。
- 內政部國土測繪中心，2012，101年度花東及山區重力測量工作報告。
- 內政部國土測繪中心，2015，103年度一等水準測量工作報告。
- 胡明城、魯福，1993，現代大地測量學，上冊；測繪出版社。
- 張坤樹、鄭鼎耀，2006，93年度一、二等衛星控制點檢測工作報告；內政部。
- 陳國華，2004，整合 TWVD2001 水準及 GPS 資料改進臺灣區域性大地水準面模式以應用於 GPS 高程測量，國立成功大學測量及空間資訊學系博士論文。
- Angus-Leppan, P. V., 1984, Geodetic Refraction: Refraction in Geodetic Leveling, Springer-Verlag, Berlin, pp. 163-180.
- Baarda, W., 1968. A testing procedure for use in geodetic network. Netherlands Geodetic Commission, Publications on geodesy, Vol. 2, No.5, Delft.
- Bomford, G., 1980, Geodesy, 4th ed., Oxford University Press Inc., New York, 678 pages.
- Brockmann, E., 1996, Combination of solutions for geodetic and geodynamic applications of the Global Positioning System (GPS), Ph.D. Dissertation, Institute of Astronomy, University of Berne, Berne, Switzerland.
- Caspary, W. F., 1988. Concept of network and Deformation Analysis. Mon. 11, School of Surveying, University of New South Wales, Kensington.
- Delinger, P. 1978. Marine gravity, Elsevier Sci. Publ. Com., Amsterdam.
- Demoulin A., and A. Collignon, 2000, Nature of the recent vertical ground movements inferred from high-precision leveling data in an intraplate setting: NE Ardenne, Belgium, J. Geophys. Res., 105, 693-705.
- Hodgkinson, K. M., R. S. Stein, and G. Marshall, 1996, Geometry of the 1954 Fairview Peak-Dixie Valley earthquake sequence from a joint inversion of leveling and triangulation data, J. Geophys. Res., 101, 25437-25457.
- Koch, K. -R., 1987. Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models, Springer, New York.
- Kostoglodov V., R. W. Valenzuela, A. Gorbato, J. Mimiaga, S. I. Franco, J. A. Alvarado, and R. Pelaez, 2001, Deformation in the Guerrero seismic gap, Mexico, from leveling observations, J. Geod., 75, 19-32.

- Kukkamäki, T. J., 1938, *Über Die Nivellitische Refraktion*, Finn. Geod. Inst., Helsinki, Finland, No. 25, 48 pages.
- Kukkamaki, T. J., 1980, *Error Affecting Leveling*, NAD Symposium, Ottawa, CIS, p.1-10.
- Lin, J., and R. S. Stein, 1989, *Coseismic folding, earthquake recurrence, and the 1987 source mechanism at Whittier Narrows, Los Angeles Basin, California*, *J. Geophys. Res.*, 94, 9614-9632.
- Matsumoto, K., T. Takanezawa, and M. Ooe, 2000. *Ocean tide models developed by assimilating TOPEX/POSEIDON altimeter data into hydrodynamical model: A global model and a regional model around Japan*, *J. Ocean.*, 56, 567-581.
- Melchoir, 1983. *The tides of Planet Earth*, 2nd ed, Pergamon, Oxford.
- Moritz, H, and I. I. Mueller, 1987. *Earth Rotation*. Ungar, New York.
- Pope, A. J., 1976. *The Statistics of Residuals and the Detection of Outliers*, Tech. Rep. NOS65 NGS1, Rockville, Md.
- Press, W. H., S. A. Teukolsky, B. P. Flannery, and W. T. Vetterling, 1993. *Numerical Recipes*, 2nd ed., Cambridge Univ. Press, New York.
- Rappleye, H. S., 1984, *Manual of Leveling Computation and Adjustment*, Supersedes Coast and Geodetic Survey Special Publication No. 240, NOS/NOAA, Rockville, Maryland.
- Seeber, G., 1993, *Satellite geodesy: foundations, methods, and applications*, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 531 pp.
- Torge, W., 1989, *Gravimetry*, Walter de Gruyter Berlin, New York.
- Vanicek, P., and E. Krakiwsky, 1986, *Geodesy, the Concepts*, Elsevier Sci. Publ. Com., Amsterdam.