

以精密分度盤校正經緯儀測角精度之初步研究

A study on accuracy of theodolite by the precision disc calibration system

康寧凱¹、邱明全²、陳鶴欽³、李旭志⁴
Ning-Kai Kang¹, Ming-Chyu Chiou², He-Chin Chen³, Hsu-Chih Lee⁴

摘要

經緯儀為執行測量業務之主要設備之一，若儀器本身存在有誤差，該項誤差便會傳播至觀測數據，對測量成果影響甚鉅。因此測量儀器必需定期校正，以確保測量成果品質。內政部國土測繪中心（以下簡稱本中心）於2007年成立測量儀器校正實驗室，建置電子測距儀、經緯儀及衛星定位儀三項校正系統，並建立符合 ISO/IEC 17025 之品質管理系統，於2010年通過全國認證基金會（Taiwan Accreditation Foundation, TAF）認證，其中經緯儀校正系統，係以定線瞄準儀及多目標瞄準儀（多管軸校正系統）進行經緯儀角度校正，經參考國家標準實驗室，該項校正亦可使用精密分度盤辦理校正。本研究參考 TAF 能力比對方式，利用多管軸校正系統進行比對，以驗證分度盤校正系統量測不確定度之正確性及可靠度，初步成果顯示分度盤校正系統確實可行，且一測回水平角準確度之擴充不確定度更可由 2.3" 降至約 0.8"。

關鍵詞：校正、精密分度盤、量測不確定度

Abstract

The theodolite is one of the major instruments for surveying activities. In order to ensure the quality of surveying result, periodic calibration is suggested. The National Land Surveying and Mapping Center (NLSC), Ministry of the Interior, established the Surveying Instrument Calibration Laboratory (SICL) in 2007, then the electronic distance measurement system, the theodolite system and the GPS satellite system were established later on to meet the ISO / IEC 17025 quality control system. The NLSC's SICL has been issued the certification of Taiwan Accreditation Foundation (TAF) in 2010. In addition to the original calibration system, the precision disc system for angle measurement calibration was established in 2011. The purpose of this paper is to investigate the difference of uncertainties between two systems, and confirm the stability and feasibility of the new system. This study has shown that in one set, the uncertainty of accuracy of horizontal angle can be reduced from 2.3" to 0.8".

Keywords: Calibration, Precision Disc, Uncertainty

¹ 內政部國土測繪中心 技士
² 內政部國土測繪中心 專員
³ 內政部國土測繪中心 技正
⁴ 內政部國土測繪中心 課長

一、前言

經緯儀校正作業在國內外的發展都已相當成熟，一般校正方法分為多目標法及比較法(楊俊志，2004)，多目標法是國際標準 ISO17123-3 和德國工業標準 DIN18723-3 所採用的方法；比較法則是將待校經緯儀與精密分度盤進行比較。目前國內經 TAF 認證之校正實驗室，除國家一級實驗室外，尚有 2 家民間測量公司及 1 個公務機關在辦理此項業務，各實驗室校正方法、最高工作標準件如表 1。本中心為執行此項工作之唯一公務部門，為因應國土測繪法於 2007 年公布施行，積極建置測量儀器校正實驗室，推動儀器校正理念，於 2007 年建置多管軸校正系統，對自有儀器實施定期校正，並為落實 ISO/IEC 17025 對於量測追溯的要求，更於 2011 年完成分度盤校正系統建置，希望藉此擴充校正能量及能力，本研究即以此為主題，初步探討 2 套系統在一測回水平角準確度之校正方法及校正能力上的差異。

表 1 國內校正實驗室一覽表

實驗室名稱	校正方法/最高工作標準件	校正範圍
國家度量衡標準實驗室	自訂07-3-85-0085 /360齒分度盤/ AA GAGE / 2921487	0° to 360°
內政部國土測繪中心測量儀器校正實驗室	自訂SICL-3-02-0 /Leica/TC2003/441820	0° to 360°
名家長度校正實驗室	自訂CS-87-ICT-T-03/Vexcel DFT-720	0° to 360°
森泰長度校正實驗室	自訂CG-2-16-2/中國船舶分度盤	0° to 360°

二、校正方法及計算

經緯儀校正項目一般有視準軸誤差、橫軸誤差、垂直度盤指標差、一測回水平角準確度及視軸直度誤差，本研究僅針對一測回水平角準確度部份作說明，以下分別針對多管軸校正系統及分度盤校正系統之校正方法及計算說明，其系統架構示意圖如圖 1 及圖 2。

2.1 多管軸校正系統

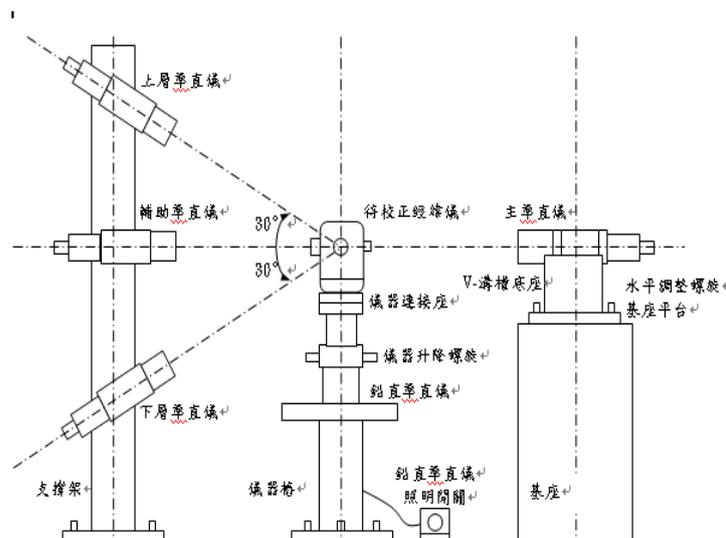


圖 1 多管軸校正系統架構示意圖

校正件將水平角分別對準 0° 、 60° 、 120° 、 180° 、 240° 、 300° ，正鏡照準主準直儀 ∞ 目標，記錄水平角觀測讀數值 $P_1 \sim P_6$ 。旋轉校正件照準輔助準直儀，記錄水平角觀測讀數值 $Q_1 \sim Q_6$ 。倒鏡重複前述步驟，記錄主準直儀倒鏡水平角觀測讀數值 $P'_1 \sim P'_6$ （照準 ∞ 目標）、輔助準直儀倒鏡水平角觀測讀數值 $Q'_1 \sim Q'_6$ ，校正步驟詳見經緯儀校正作業程序（內政部國土測繪中心，2011（a））。再以觀測資料計算一測回水平角準確度 μ ，其計算式為：

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}} \quad (1)$$

式中 $n=6$ ， v_i ：第 i 測回水平角度差

2.2 分度盤校正系統



圖 2 分度盤校正系統架構示意圖

在分度盤接合座上，整置待校經緯儀，調整待校經緯儀及 360 齒分度盤兩者皆水平，須同軸旋轉，將 360 齒分度盤置於 0° ，每次以逆時針方向旋轉分度盤 60° ，並轉動待校經緯儀照準光管 ∞ 目標，分別記錄水平角觀測讀數 $P_1 \sim P_7$ ；再倒鏡重複前述步驟，每次以順時針方向旋轉分度盤 60° ，分別記錄水平角觀測讀數 $P'_1 \sim P'_7$ ，再以式（1）計算一測回水平角準確度 μ （財團法人工業技術研究院，2009）。

2.3 系統之異同

雖然多管軸及分度盤校正系統皆可作為校正之設備，但其實 2 套系統在校正原理及量測追溯的理念上是有其差異性的。多管軸校正系統對於設備的要求較低，其一測回水平角準確度係透過經緯儀重複觀測一穩定夾角後計算剩餘差所得，而系統本身則是透過定期的查核以確保其穩定性，就校正的意義上並未提供

一參考比較值；而分度盤校正系統，則是透過精密分度盤上下齒盤契合後提供較高的分度準確度，作為經緯儀水平角度比較之依據，而分度盤本身則須定期校正，以貫徹量測追溯的理念，一般分度盤有 360 齒、391 齒、720 齒…等，齒數愈多分度準確度愈高。

三、 量測不確定度評估程序

本研究分析流程係參考國際標準組織 (International Organization for Standardization, ISO) 出版的「量測不確定度表示方式指引」(Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, 2nd Edition, 1995, 簡稱 ISO-GUN)(林開儀譯, 1995) 所建議的方法，評估各校正項目之不確定度，將各項不確定度來源予以分類並量化為 A 類及 B 類的標準不確定度，其中 A 類標準不確定度的評估方法為利用統計分析，B 類標準不確定度的評估方法為 A 類評估方法以外的其他方法。再依量測不確定度傳遞原理計算組合標準不確定度、依 Welch-Satterthwaite 公式計算有效自由度 k ，作為校正報告敘述校正結果擴充不確定度之依據 (評估流程如圖 3)。

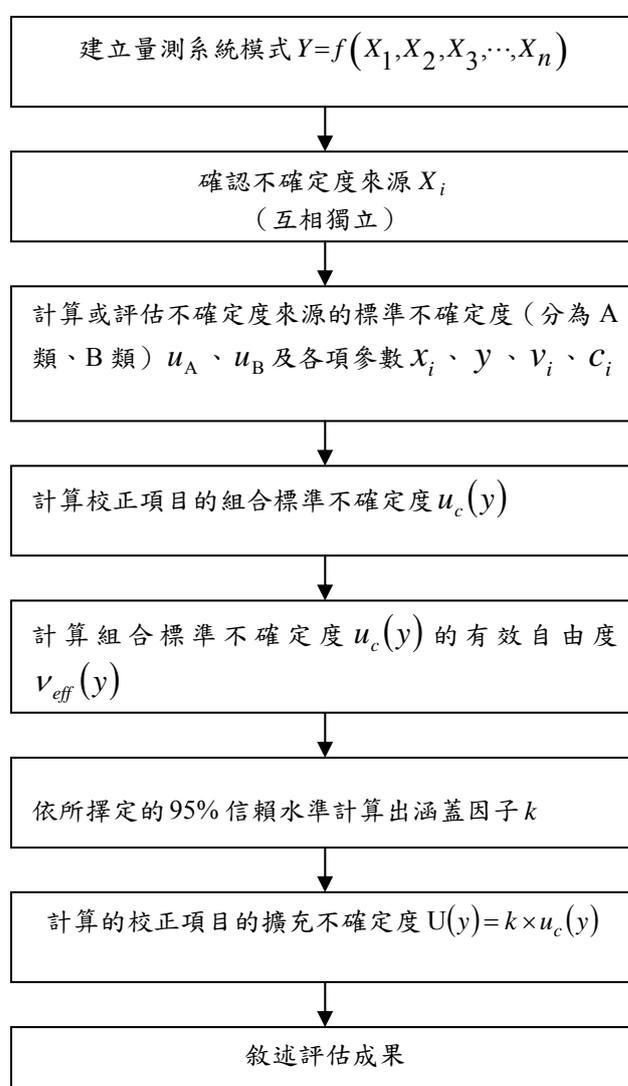


圖 3 量測不確定度評估流程

四、量測不確定度誤差來源分析及評估

校正系統各項誤差來源及其標準不確定度彙整如表 2，詳細分析請參閱經緯儀校正系統評估（內政部國土測繪中心，2011（b））。

表 2 誤差來源及標準不確定度彙整表

誤差來源及誤差量	誤差種類	誤差分布型態	除數	標準不確定度	靈敏係數	標準不確定度分量	自由度
望遠鏡照準誤差 $\sigma_1 = 0.33''$	B	矩形	$\sqrt{3}$	$u_1 = 0.19''$	1	$0.19''$	$\nu_1 = 8$
光學測微最小讀值誤差 $\sigma_2 = d''/10$	B	矩形	$\sqrt{3}$	$u_2 = \frac{d''}{10 \times \sqrt{3}}$	1	$\frac{d''}{10 \times \sqrt{3}}$	$\nu_2 = 8$
光學經緯儀讀數指標對齊誤差 $\sigma_3 = 0.87''$	B	矩形	$\sqrt{3}$	$u_3 = 0.50''$	1	$0.50''$	$\nu_3 = 12.5$
電子經緯儀最小顯示讀值能力誤差 $\sigma_4 = \Delta''$	B	矩形	$\sqrt{3}$	$u_4 = \frac{\Delta''}{\sqrt{3}}$	1	$\frac{\Delta''}{\sqrt{3}}$	$\nu_4 = 50$
經緯儀定平誤差 $\sigma_5 = 0.00048''$	B	常態	3	$u_5 = 0''$	1	$0''$	$\nu_5 = \infty$
準直儀 ∞ 目標變化誤差 $\sigma_6 = 0''$	B	常態	3	$u_6 = 0''$	1	$0''$	$\nu_6 = \infty$
環境變化誤差 $\sigma_7 = 1.0''$	B	矩形	$\sqrt{3}$	$u_7 = 0.87''$	1	$0.87''$	$\nu_7 = 12.5$
一測回水平角準確度等精度觀測平均值 μ_{11}	A	常態	1	u_{11}	1	u_{11}	$\nu_{11} = 5$
查核件測角追溯誤差 σ_{13}	B	常態	2	$u_{13} = 0.30''$	1	$0.30''$	$\nu_{13} = 77$
分度盤追溯誤差 $\sigma_{14} = 0.39''$	B	矩形	$\sqrt{3}$	$u_{14} = 0.23''$	1	$0.23''$	$\nu_{14} = 50$

4.1 多管軸校正系統

一測回水平角準確度 μ 的誤差來源有 $\sigma_1 \sim \sigma_7$ 、 μ_{11} 及 σ_{13} ，誤差來源相關分析及說明參表 2：

4.11 組合標準不確定度 $u_c(\mu)$

$$v_i = \bar{Q}_i - \bar{P}_i - \bar{\mu}_0 \quad (2)$$

透過式（1）計算組合標準不確定度 $u_c(\mu)$ ，得

$$u_c^2(\mu) = \frac{\sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 u_{Q_i}^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 u_{Q_i}^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 u_{P_i}^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 u_{P_i}^2 \right]}{n-1} + u_{11}^2 \quad (3)$$

式中 $n=6$ ：表示觀測 6 測回； v_i ：第 i 測回水平角度誤差； \bar{P}_i ：第 i 測回，正倒鏡照準主準直儀 ∞ 目標水平角觀測讀數平均值； \bar{Q}_i ：第 i 測回，正倒鏡照準輔助

準直儀水平角觀測讀數平均值； $\bar{\mu}_0$ ：主準直儀與輔助準直儀歸算水平角度之最或是值； u_{Q_i} ：正鏡照準輔助準直儀 ∞ 目標的水平角觀測讀數值之標準不確定度； u_{Q_i} ：倒鏡照準輔助準直儀 ∞ 目標的水平角觀測讀數值之標準不確定度； u_{P_i} ：正鏡照準主準直儀 ∞ 目標的水平角觀測讀數值之標準不確定度； u_{P_i} ：倒鏡照準主準直儀 ∞ 目標的水平角觀測讀數值之標準不確定度； u_{11} ：一測回水平角準確度等精度觀測計算值之標準不確定度。

因為表 2 中的誤差來源彼此互相獨立，且靈敏係數均為 1，可得 $u_{Q_i}^2 = u_{Q_i}^2 = u_{P_i}^2 = u_{P_i}^2 = \sum_{i=1}^n u_i^2 + u_{13}^2$ ， $n=7$ ，組合標準不確定度 $u_c(\mu)$ 的計算可分為光學經緯儀 $u_{c_1}(\mu)$ 及電子經緯儀 $u_{c_2}(\mu)$ 兩類，以下僅針對電子經緯儀敘述如下：

以電子經緯儀為例， $u_2 = 0$ 、 $u_3 = 0$ ，在多管軸校正系統中，以精密電子經緯儀 Leica TC2003 進行模擬校正，其最小顯示讀值能力 $\Delta = 0.10''$ ，再由模擬校正所得數據計算出 $u_{11} = 0.17''$ ，利用表 2 中的相關數值，透過式 (3) 將求得 $u_{c_2}(\mu) = 1.05''$ 。

4.1.2 有效自由度 $\nu_{\text{eff}}(\mu)$

將表 2 所列一測回水平角準確度 μ 誤差來源的標準不確定度及其自由度，以及式 4.1.1 計算出來的組合標準不確定度代入 Welch-Satterthwaite 公式計算有效自由度，計算式如 (4)：

$$\nu_{\text{eff}}(\mu) = \frac{u_c^4(y)}{\frac{u_1^4(y)}{\nu_1} + \frac{u_2^4(y)}{\nu_2} + \frac{u_3^4(y)}{\nu_3} + \dots + \frac{u_n^4(y)}{\nu_n}} \quad (4)$$

由上式計算所得有效自由度 $\nu_{\text{eff}}(\mu) = 17$ 。

4.1.3 涵蓋因子 k_μ

以選擇的 95% 信賴水準，並依式 4.1.2 計算出的有效自由度 $\nu_{\text{eff}}(\mu) = 17$ ，利用 t 分布表查得涵蓋因子 $k_\mu = t_{95\%}(17) = 2.11$ 。

4.1.4 擴充不確定度 $U(\mu)$

擴充不確定度 $U(\mu)$ 由涵蓋因子乘上組合標準不確定度，因此可由 4.1.1 及 4.1.3 的結果得到 $U(\mu) = 2.3''$ ，此為多管軸校正系統之最佳校正能力。「最佳校正能力」是一個實驗室於認可範圍內，可達到的最小量測不確定度。在研究中係以實驗室最高標準件進行模擬校正所獲得。

4.2 分度盤校正系統

一測回水平角準確度 μ 的誤差來源有 $\sigma_1 \sim \sigma_7$ 及 σ_{14} ，誤差來源相關分析及說明參表 2。

4.2.1 組合標準不確定度 $u_c(\mu)$

$$v_i = \alpha_i - \alpha_0 - \alpha_i^s \quad (5)$$

$$\alpha_0 = \sum_{i=1}^7 (\alpha_i - \alpha_i^s) / n, n=7 \quad (6)$$

式中 α_i ：正倒鏡照準水平光管 ∞ 目標水平角觀測讀數平均值； α_0 ：平行定向參數； α_i^s ：第 i 位置 360 齒分度盤角度方向讀數； v_i ：第 i 位置計算之剩餘誤差。

$$u^2(\alpha_i) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (u^2(\alpha_{iF}) + u^2(\alpha_{iR})) \quad (7)$$

式中 α_i ：經緯儀正 (F)&倒 (R)鏡照準水平光管 ∞ 目標之水平方向讀數平均值； α_{iF} ：為正鏡水平方向讀數； α_{iR} ：為倒鏡水平方向讀數。

因為表 2 中的誤差來源彼此互相獨立，且靈敏係數均為 1，可得 $u_{(\alpha_{iF})}^2 = u_{(\alpha_{iR})}^2 = \sum_{i=1}^n u_i^2$ ， $n=7$ ，標準不確定度 $u(\alpha_i)$ 的計算可分為光學經緯儀 $u_{c_1}(\alpha_i)$ 及電子經緯儀 $u_{c_2}(\alpha_i)$ 兩類，以下僅針對電子經緯儀敘述如下：

以電子經緯儀為例， $u_2 = 0$ 及 $u_3 = 0$ ，在分度盤校正系統中，以精密電子經緯儀 Leica TC2003 進行模擬校正，其最小顯示讀值能力 $\Delta = 0.10''$ ，利用表 2 中的相關數值透過式 (7) 可得標準不確定度值 $u(\alpha_i) = 0.63''$ 。

由式 (1)、(5) 及 (6)，各誤差源相互獨立，透過誤差傳遞，分別導出其標準不確定度 $u(v_i)$ 、 $u(\alpha_0)$ 及 $u^*(\mu)$ 如下：

$$u^2(v_i) = u^2(\alpha_i) + u^2(\alpha_0) + u^2(\alpha_i^s) \quad (8)$$

$$u^2(\alpha_0) = \left(\frac{1}{7}\right)^2 \sum_{i=1}^7 [u^2(\alpha_i) + u^2(\alpha_i^s)] \quad (9)$$

$$u^{*2}(\mu) = \left(\frac{1}{2\mu}\right)^2 \sum_{i=1}^7 \left(\frac{2v_i u(v_i)}{6}\right)^2 \quad (10)$$

由前面求得標準不確定度值 $u(\alpha_i) = 0.63''$ 及表 2 $u_{14} = u(\alpha_i^s) = 0.23''$ ，並由模擬校正所得一測回水平角準確度 $\mu = 0.34''$ ，透過 (8)、(9) 及 (10) 式可得標準不確定度 $u^*(\mu) = 0.29''$ 。

組合標準不確定度 $u_c(\mu)$ 以式 (11) 計算

$$u_c(\mu) = [u^{*2}(\mu) + u^2(\alpha_i^s)]^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

利用前面求得一測回水平角準確度 μ 誤差源之 A 類標準不確定度分量 $u^*(\mu) = 0.29''$ ，自由度 $\nu_1 = 6$ ；另 360 齒分度盤之標準不確定度分量 $u(\alpha_i^s) = 0.23''$ ，自由度 $\nu_2 = 50$ 。則一測回水平角標準差 μ 誤差源之組合標準不確定度 $u_c(\mu)$ 可由式

(11) 求得 $u_c(\mu) = 0.37''$ 。

4.2.2 計算有效自由度 $\nu_{eff}(\mu)$ 、涵蓋因子 κ_μ 及擴充不確定度 $U(\mu)$

由上述計算結果，參考4.1.2、4.1.3及4.1.4的計算方式可得有效自由度 $\nu_{eff}(\mu) = 15$ 、涵蓋因子 $\kappa_\mu = t_{95\%}(15) = 2.13$ 及最佳校正能量之擴充不確定度 $U(\mu) = 0.8''$ ，此即為分度盤校正系統之最佳校正能力。

五、能力試驗

所謂能力試驗，係利用實驗室間比對，決定實驗室測試與（或）校正之能力。（財團法人全國認證基金會，2007）作為認證機構評鑑實驗室表現的活動，根據預先設定的條件來組織、執行及評估兩個或兩個以上的實驗室對相同或類似的試驗樣品做試驗，一般校正實驗室以式（12） E_n 值評估實驗室之能力：

$$E_n = \frac{V_{lab} - V_{ref}}{\sqrt{U_{lab}^2 + U_{ref}^2}} \quad \text{合格基準 } |E_n| \leq 1 \quad (12)$$

V_{lab} ：參與實驗室的量測結果； V_{ref} ：參考實驗室的量測結果； U_{lab} ：參與實驗室對量測結果所標示之量測不確定度； U_{ref} ：參考實驗室對量測結果所標示之量測不確定度。

本研究方法係分別以多管軸及分度盤校正系統對不同經緯儀進行一測回水平角準確度校正，並利用觀測所得一測回水平角準確度 μ 及擴充不確定度 $U(\mu)$ 資料計算 E_n 值，觀測資料計算如表 3：

表 3 能力試驗結果彙整表

項次	儀器型號	精度/最小讀數	儀器序號	多管軸校正系統		分度盤校正系統		En 值
				μ	$U(\mu)$	μ	$U(\mu)$	
1	SOKKIA/SET330RK3	3"/1"	165389	0.5	2.5	0.7	0.9	0.08
2	SOKKIA/SET330RK3	3"/1"	165388	0.6	2.6	0.9	0.9	0.11
3	SOKKIA/SET330RK3	3"/1"	165395	0.7	2.6	0.4	0.9	0.11
4	SOKKIA/SET330RK3	3"/1"	165380	0.2	2.5	0.6	0.9	0.15
5	SOKKIA/SET330RK3	3"/1"	165387	0.2	2.5	0.4	0.9	0.08
6	SOKKIA/SET330R3	3"/1"	159363	0.6	2.6	0.6	0.9	0.00
7	SOKKIA/SET330R3	3"/1"	159400	0.6	2.6	0.3	0.9	0.11
8	Leica/TS02	3"/1"	1313562	0.6	2.6	0.8	0.9	0.07

研究過程以 3" 精度、最小讀值 1" 之經緯儀為對象進行校正，獲得一測回水平角準確度 μ 及擴充不確定度 $U(\mu)$ ，由數據顯示 E_n 極為接近，不僅合格且皆遠小於 1，顯示 2 套系統所得之校正結果相當接近；另由多管軸校正系統發現，其擴充不確定度 $U(\mu)$ 並無一定規律，不同於分度盤校正系統的固定值。

六、結語及建議

本研究中藉由精密電子經緯儀 Leica TC2003 進行模擬校正，參考「量測不確定度表示方式指引」之評估程序，對校正過程各項誤差進行評估，初步顯示多管

軸校正系統及分度盤校正系統最佳校正能量之擴充不確定度分別為 2.3 "及 0.8"，意謂著以分度盤校正經緯儀一測回水平角準確度時可大幅提升實驗室之校正能力。

再者，參考 TAF 能力試驗的概念檢視分度盤校正系統之能力，利用已通過認證之多管軸校正系統作為參考依據，其 En 值皆小於 1，顯示其校正結果與原系統接近，由此可知，本中心以目前建置之分度盤校正系統進行一測回水平角準確度校正應有足夠的可靠度。

七、 參考文獻

- 內政部國土測繪中心，2011 (a)，*經緯儀校正作業程序*，SICL-3-02-0。
- 內政部國土測繪中心，2011 (b)，*經緯儀校正系統評估*，SICL-3-02-1。
- 林開儀譯，*量測不確定度表示方式指引* (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, 2nd Edition, 1995)，工研院量測中心認證/驗證、訓練組。
- 財團法人全國認證基金會，2007，*ISO/IEC 17025：2005 能力試驗要求*，(TAF-CNLA-R05(3))。
- 財團法人工業技術研究院，2009，*測量儀器校正實驗室委託輔導認證*(NLSC-98-19)
- 楊俊志，2004，*全站儀的原理及其檢定*，測繪出版社。